Felix Lucka 8. Oktober 2013

Matlab - Kompaktkurs

ÜBUNGSBLATT 2

Hinweise zur Abgabe: Sie müssen auf diesem Übungsblatt eine Reihe von M-Files und Funktionen schreiben. Schicken sie alle Dateien (bitte möglichst als `.zip`-Archiv verpackt!) per email an felix.lucka@wwu.de

Aufgabe 1 (Mathematische Funktionen in Matlab)
Lesen Sie sich im Skript das Kapitel über anonyme Funktionen durch, insbesondere Kap. 4.3.3.

(a) Schreiben Sie ein M-File `anonymeFunktionen.m` in dem Sie die folgenden beiden mathematischen Funktionen als anonyme Funktionen definieren

1. $k : [0,2] \to \mathbb{R}$ mit

$$k = \begin{cases} 10 & \text{falls } 0 \leq x \leq 0.9, \\ -50x + 55 & \text{falls } 0.9 < x \leq 1.1, \\ 0 & \text{falls } x > 1.1, \end{cases}$$

2. $p : [-3,4] \to \mathbb{R}$ mit

$$p = \begin{cases} x^3 & \text{falls } -3 \leq x \leq 0, \\ x^2 & \text{falls } 0 < x \leq 4, \end{cases}$$

und mit Hilfe des Befehls `ezplot` über den Intervallen $[0,2]$ und $[-3,4]$ plotten.

(b) Definieren Sie weiterhin in `anonymeFunktionen.m` die Funktion

$$h : [-3,4] \to \mathbb{R} \quad \text{durch} \quad h(x) = 3x + 5$$

als anonyme Funktion. Definieren Sie eine anonyme Funktion $f : [-3,4] \to \mathbb{R}$ durch $f(x) = p(x) + h(x)$ und plotten Sie diese mit `ezplot` über dem Intervall $[-3,4]$. Beachten Sie dabei, dass auch bei der Verknüpfung anonymer Funktionen ein `@(x)` stehen muss, um die neue Funktion als anonyme Funktion zu definieren.

Aufgabe 2 (Funktionen, Funktionsaufrufe und das M-File) Schreiben Sie ein Programm, welches die Eigenwerte einer 3×3-Matrix berechnet. Folgen Sie dabei dieser Anleitung:

1. Beginnen Sie ein M-File `Eigenwerte.m` indem Sie eine beliebige 3×3-Matrix `A` definieren. Geben sie diese Matrix aus (durch Weglassen des Semikolons).

2. Definieren Sie eine Funktion `charpol.m`, welche das charakteristische Polynom von `A` berechnet.
   Hinweise:

- Lesen Sie Kapitel 3.4. im Skript und verwenden Sie die dort beschriebene Polynomdarstellung.
- Berechnen Sie das charakteristische Polynom für allgemeine Matrixeinträge `A(i,j)` mit Hilfe der Regel von Sarrus von Hand und definieren Sie davon ausgehend die Koeffizienten des Polynoms.

3. Rufen Sie `charpol.m` auf und geben Sie das charakteristische Polynom aus.
4. Definieren Sie eine Funktion `nullstellen.m`, welche für ein gegebenes Polynom `p` die Nullstellen bestimmt (siehe Kapitel 3.4. im Skript).
5. Rufen Sie `nullstellen.m` auf und lassen Sie sich die Nullstellen des charakteristischen Polynoms ausgeben.
6. Verwenden Sie den MATLAB -Befehl `eig` zur Berechnung der Eigenwerte von `A` und geben Sie diese ebenfalls aus.

Aufgabe 3 (Schleifen und Vektorisieren) Die Fibonacci-Zahlen sind durch die Rekursion

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

mit $F_0 = F_1 = 1$ für $n \in \mathbb{N}$ gegeben.

(a) Schreiben Sie ein Programm `fibonacci.m`, mit dem Sie die ersten n Fibonacci-Zahlen berechnen können. Verwenden Sie eine `for`-Schleife.

(b) Vektorisieren Sie anschließend den Code in `fibonaccivect.m`. Verwenden Sie dazu die explizite Darstellung der Fibonacci-Folge

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right).$$

Lassen Sie sich zur Überprüfung Ihres Codes in beiden Fällen den Quotienten F_n/F_{n-1} ausgeben. Approximiert der Quotient den Grenzwert $(1+\sqrt{5})/2$?

Aufgabe 4 (Schleifen und Unterscheidungen) Schreiben Sie ein Programm `intervallschachtelung.m`, welches eine Nullstelle einer stetigen Funktion f mit einer vorgegeben Genauigkeit $tol = 1.0e{-8}$ berechnet. Verwenden Sie dafür das Intervallschachtelungsverfahren:

Intervallschachtelungsverfahren (IVS)

Voraussetzungen: Sei $f \in C^0(a,b)$ mit $a < b$ und $f(a) \cdot f(b) < 0$.
Verfahren: Setze $a_0 := a$, $b_0 := b$ und $x_0 := \frac{1}{2}(a_0 + b_0)$.
Für $n = 0, ..., N$ führe aus:

Falls $f(a_n)f(x_n) = 0 \Longrightarrow$ Abbruch.
Falls $f(a_n)f(x_n) < 0 \Longrightarrow a_{n+1} := a_n;\ b_{n+1} := x_n.$
Falls $f(a_n)f(x_n) > 0 \Longrightarrow a_{n+1} := x_n;\ b_{n+1} := b_n.$
Setze $x_{n+1} := \dfrac{1}{2}(a_{n+1} + b_{n+1}).$

Ferner gilt für das IVS die folgende Fehlerabschätzung zwischen der exakten Nullstelle x und der approximierten x_n:

$$|x - x_n| \leq 2^{-(n+1)} \cdot (b - a).$$

Hinweise:

1. Definieren Sie zu Beginn ihres M-Files eine Funktion f, welche stetig ist und eine Nullstelle besitzt. `intervallschachtelung.m` ist nicht dazu gedacht herauszufinden, ob die Funktion f eine Nullstelle besitzt!
2. Überprüfen Sie die Voraussetzungen $a < b$ und $f(a) \cdot f(b) < 0$ des Verfahrens mit Hilfe des MATLAB-Befehls `error`.
3. Verwenden Sie die angegebene Fehlerabschätzung, um zu berechnen, wie viele Iterationen Sie benötigen.