

Übungen zur Vorlesung Einführung in die Numerische Mathematik

Übungsblatt 9 , Abgabe: 21.12.2001 , 13.00 Uhr, Übungskasten F17, F25, F29

Die Programmieraufgabe 36 darf eine Woche später abgegeben werden.**Aufgabe 33:** (4 Punkte)Sei A_1 die (n, n) -Tridiagonalmatrix mit

$$a_{ii} = a_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad a_{i,i+1} = b_i, \quad a_{i+1,i} = c_i, \quad i = 1, \dots, n-1.$$

Zeigen Sie, daß für das charakteristische Polynom $P_n(\lambda)$ von A_n die Rekursion

$$P_n = (\lambda - a_n)P_{n-1} - b_{n-1}c_{n-1}P_{n-2}, \quad n = 2, 3, \dots,$$

erfüllt ist.

Hinweis: Entwickeln Sie $\det(\lambda I - A_n)$ nach der letzten Zeile, und die verbleibende Determinante nach der letzten Spalte. Am besten machen Sie sich die Sache zunächst für $n = 4$ klar.

Aufgabe 34: (4 Punkte)Sei $H = (h_{ij})$ eine Hessenbergmatrix und $H = QR$, $R = (r_{ij})$, ihre QR-Zerlegung. Zeigen Sie: $|r_{ii}| \geq |h_{i+1,i}|$, $i = 1, \dots, n-1$.**Aufgabe 35:** (4 Punkte)Seien $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ die Eigenwerte der reellsymmetrischen Matrix A , und sei $A = QR$ die QR-Zerlegung von A , $R = (r_{ij})$. Dann gilt

$$|r_{nn}| \geq \min_{j=1, \dots, n} |\lambda_j|.$$

Aufgabe 36: (Programmieraufgabe, 4 Punkte) Erstellen Sie ein Programm für den QR-Algorithmus.