Prof. Dr. B. Wirth, M. Sc. C. Roßmanith, SS 16

Numerische Analysis

Übungsblatt 2, Abgabe Do. 28.04.16, 12:00 Uhr

Aufgabe 1: Rationale Funktionen 4 P.

(a) Gegeben seien die rationalen Funktionen $r_{n,n+1}(x) := \frac{T_n(x)}{T_{n+1}(x)}$ und $r_{n+1,n}(x) := \frac{T_{n+1}(x)}{T_n(x)}$, wobei die T_n die Čebyšev-Polynome bezeichnen. Bestimmen Sie die Kettenbruchentwicklung von $r_{n,n+1}$ und $r_{n+1,n}$ mit Hilfe der rekursiven Definition der T_n.

(b) Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung der rationalen Funktion

$$p(x) = \frac{x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 4x - 1}{(x+1)^4(x-1)}.$$

Aufgabe 2: Polynominterpolation 4 P.

Gegeben sei folgende Tabelle mit Messwerten:

i	x_i	y_i
0	-1	-1
1	0	3
2	2	11
3	3	27

(a) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom mit Hilfe des Neville-Schemas.

(b) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom mit Hilfe der dividierten Differenzen.

Aufgabe 3: Dividierte Differenzen 4 P.

Seien $x_0, \dots, x_n$ paarweise verschiedene Stützstellen und $y_0, \dots, y_n$ Auswertungen einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, d.h. $f(x_k) = y_k$ für $k = 0, \dots, n$.

(a) Zeigen Sie: Ist $\sigma_0, \dots, \sigma_n$ eine Permutation der Zahlen $0, \dots, n$, so gilt:

$$[y_0, \dots, y_n] = [y_{\sigma_0}, \dots, y_{\sigma_n}].$$

(b) Zeigen Sie ausführlich: Ist $t \in \mathbb{R}$ mit $t \neq x_k$ für alle $k = 0, \dots, n$ und ist p das Interpolationspolynom zu den gegebenen Werten (x_k, y_k), so gilt:

$$f(t) - p(t) = [y_0, \dots, y_n, t] \prod_{j=0}^{n} (t - x_j).$$

Aufgabe 4: Programmieraufgabe **4 P.**

Schreiben Sie ein Programm in Matlab, das zu gegebenen Stützstellen und -werten das zugehörige Interpolationspolynom mit Hilfe des Neville-Schemas in einem Punkt x auswerten kann. Eingabeparameter sollen ein Vektor $x = (x_0, \dots, x_n)^T$ mit paarweise verschiedenen Stützstellen, $y = (y_0, \dots, y_n)^T$ mit zugehörigen Stützwerten sowie ein Punkt x sein. Das Programm soll die Auswertung des Polynoms $p(x)$ zurückgeben. Schreiben Sie weiterhin ein Programm, das mit Hilfe von `polyfit` (machen Sie sich mit Hilfe der Matlab-Dokumentation mit dem Befehl vertraut) das Polynom graphisch darstellt, und vergleichen Sie den Graphen mit den Ergebnissen Ihrer obigen Funktion.