Numerische Analysis

Übungsblatt 6, Abgabe Do. 02.06.16, 12:00 Uhr

Aufgabe 1: Lineare Splineinterpolation **4 P.**

Sei $f \in C([a,b])$ und S_n der zugehörige lineare Interpolationsspline durch $(x_i, f(x_i))$ mit $x_i = a + i\frac{b-a}{n}$, $i = 0, \dots, n$. Zeigen Sie: S_n konvergiert gleichmäßig gegen f für $n \to \infty$.

Aufgabe 2: Bernstein-Polynome **4 P.**

Zeigen Sie die folgenden Eigenschaften der Bernsteinpolynome:

(a) Die b_{in} bilden eine Basis von P_n.

(b) Für die Ableitungen der Bernsteinpolynome gilt:

$$b_{in}^{(k)}(t) = \prod_{j=0}^{k-1}(n-j)\sum_{l=0}^{k}(-1)^l \binom{k}{l} b_{i-k+l,n-k}(t)$$

Aufgabe 3: Bézier-Darstellung von Polynomen **4 P.**

(a) Gegeben sei das Polynom $p_1(t) = 4t^3 - 3t$. Bestimmen Sie die Bézier-Darstellung von p_1.

(b) Sei p_2 ein Polynom mit Bézier-Koeffizienten $\beta_0 = 0, \beta_1 = -1, \beta_2 = -2, \beta_3 = 1$. Werten Sie p_2 mit Hilfe des Algorithmus von de Casteljau an den Stellen $t = \frac{1}{4}, t = \frac{1}{2}, t = \frac{3}{4}$ aus.

Aufgabe 4: Programmieraufgabe **4 P.**

Schreiben Sie eine Funktion in Matlab, die zu einem gegebenen Polynom in Monomdarstellung die Bézier-Koeffizienten berechnet. Das Programm soll die Koeffizienten der Monomdarstellung als Eingabewerte erhalten und die Bézier-Koeffizienten zurückgeben. Außerdem sollen das Polynom selbst sowie das zugehörige Bézier-Polygon in einem Bild geplottet werden. Testen Sie Ihr Programm am Beispiel von p_1 aus Aufgabe 3(a).