

Experimente zum Chaos

Tag der Schulphysik

Workshop Chaos

27. 10. 2000

Dr. Jürgen Berkemeier

Institut für Angewandte Physik

WWU Münster

Was ist Chaos

- Weder Fixpunkt noch periodisches oder quasiperiodisches Verhalten
- Empfindliche Abhängigkeit der Lösung von den Anfangsbedingungen
- Seltsamer Attraktor

Bedingungen für Chaos

- Nichtlineares System
In linearen gedämpften Systemen existieren nur Fixpunkte, mit Treiber Grenzzyklen
- Mindestens drei Freiheitsgrade
Trajektorien dürfen sich im Phasenraum nicht schneiden
Getriebener Oszillator hat drei Freiheitsgrade

Nichtlineare Oszillatoren

- Linearer getriebener Oszillator

$$\ddot{x} + k\dot{x} + cx = A \sin 2\pi ft$$

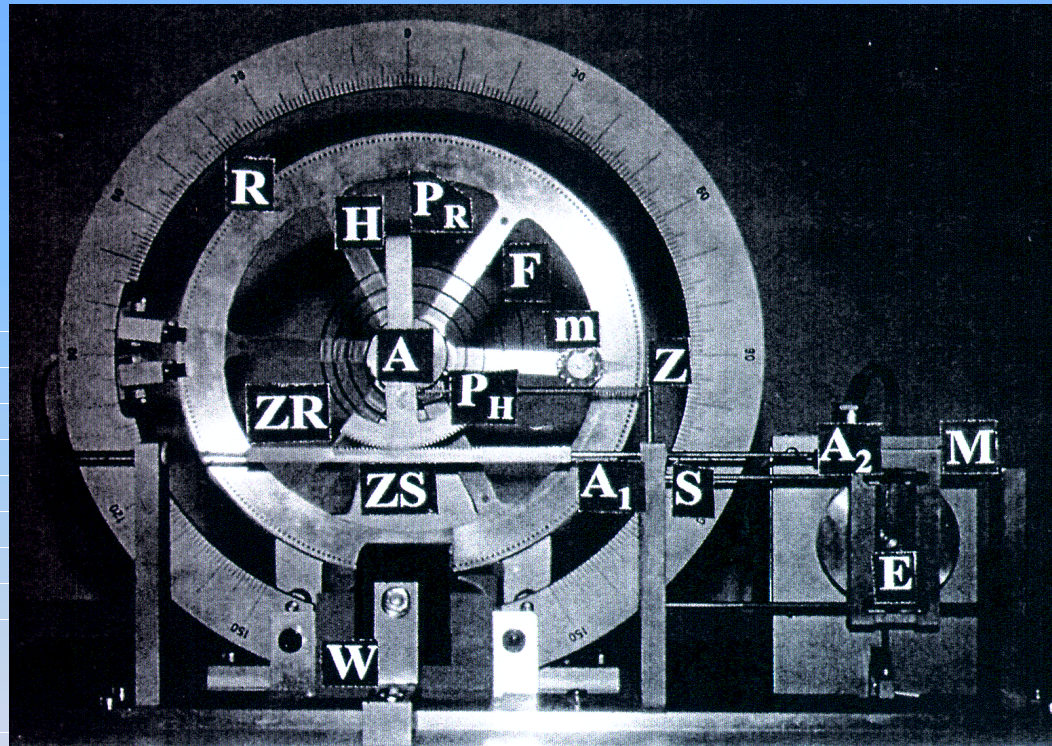
- Nichtlineare Rückstellkraft (Duffing-Oszillator)

$$\ddot{x} + k\dot{x} + c_1x + c_2x^3 = A \sin 2\pi ft$$

- Nichtlineare Dämpfung (Van-der-Pol-Oszillator)

$$\ddot{x} + k(x^2 - 1)\dot{x} + cx = A \sin 2\pi ft$$

Das nichtlineare Pohl'sche Rad

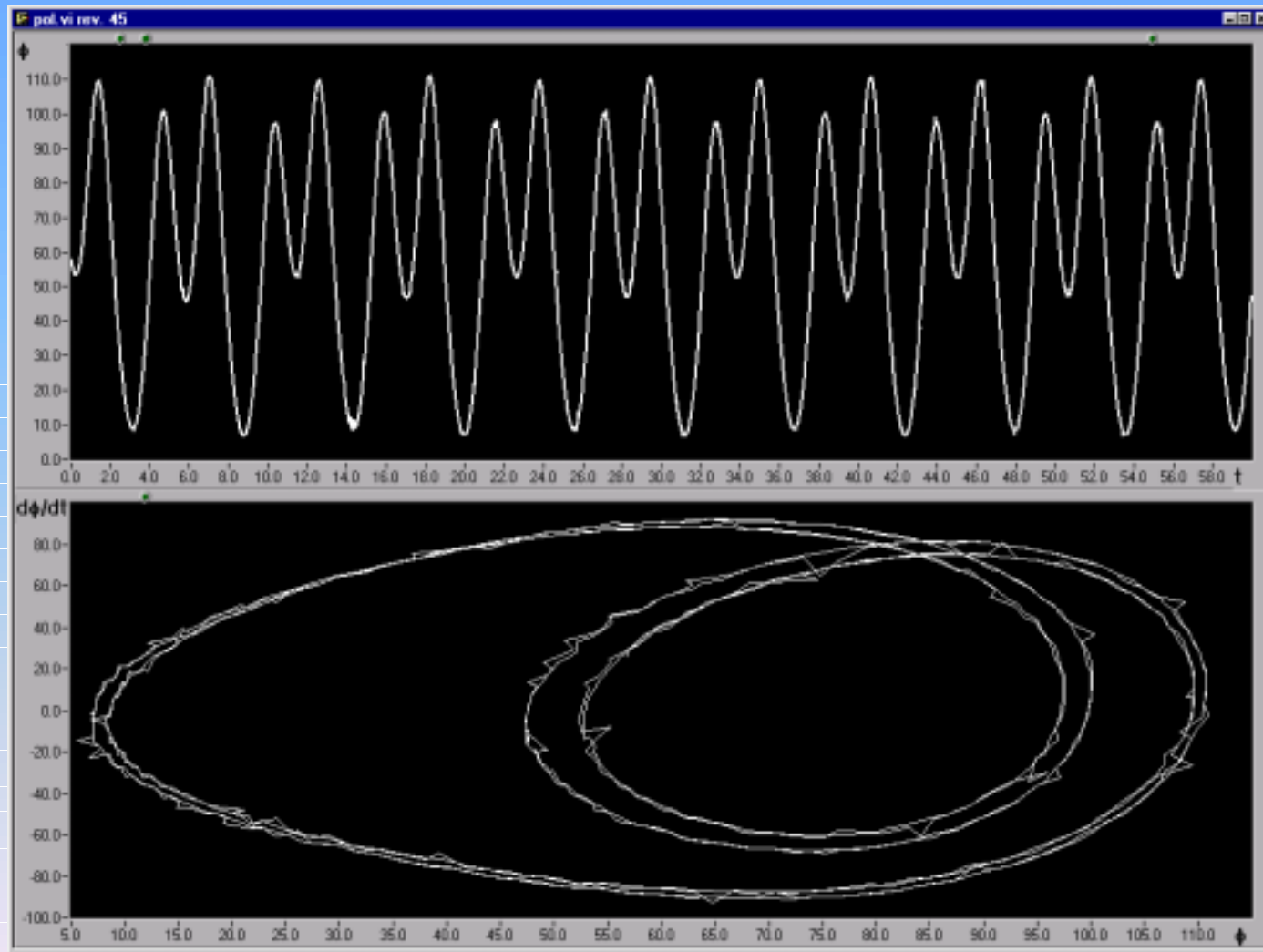


$$(\Theta + mr^2)\ddot{\varphi} + b\dot{\varphi} + c(\varphi - \Psi_0) - mgr \sin \varphi = \hat{A} \sin \omega t$$

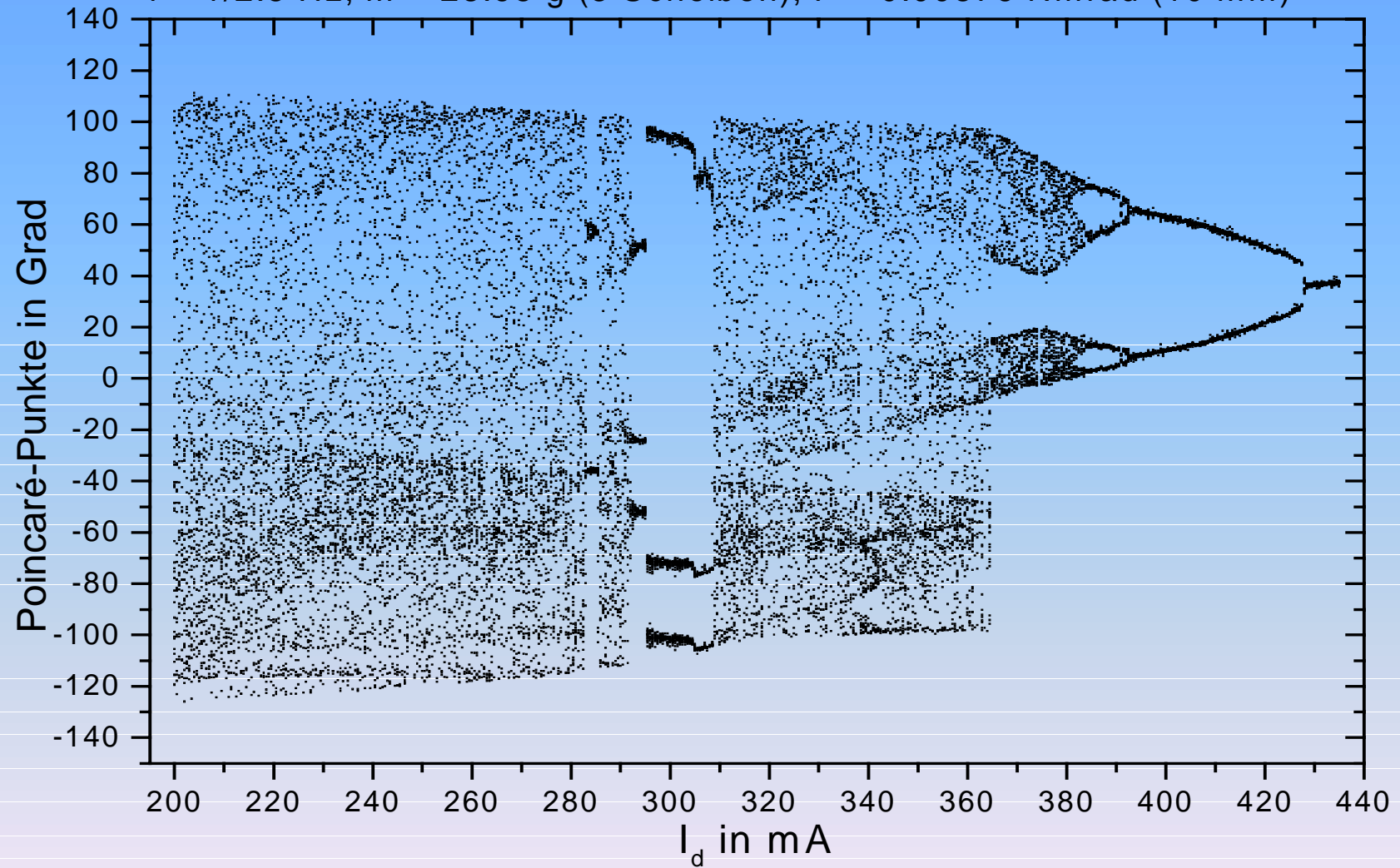
Experimente am Pohl'schen Rad

- **Periodenverdopplung und Chaos**
Nichtlinearität so gross, dass es zwei Ruhelagen gibt
Treiberfrequenz in der Nähe der Resonanz
Treiberamplitude und Dämpfung so, dass das Rad um eine Ruhelage schwingt.
Durch Verkleinern der Dämpfung kommt es zu Periodenverdopplung und Chaos
- **Abhängigkeit von der Anfangsbedingung**
Im chaotischen Parameterbereich wird versucht, eine Messung zu reproduzieren

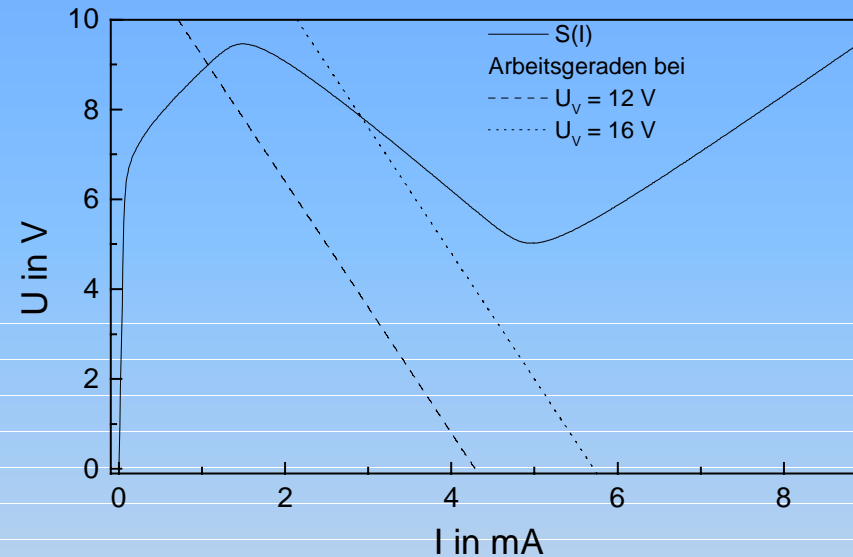
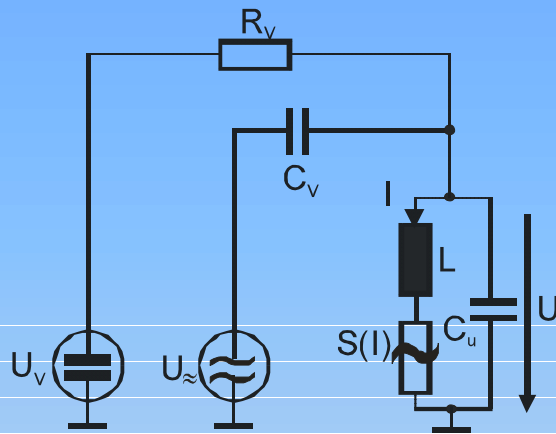
Periode 4 Schwingung



Experiment: 100 Perioden Einschwingen, 50 Perioden Messen
Messung bei Treiberphase = 277 Grad
 $f = 1/2.8$ Hz, $m = 28.95$ g (5 Scheiben), $F = 0.00376$ Nmrad (10 mm)



Nichtlinearer elektrischer Schwingkreis



$$u_{\approx} = \hat{U} \cos(2\pi ft), \quad C = C_U + C_V$$

$$LC\ddot{I} + \left(\frac{L}{R_V} + CS'(I) \right) \dot{I} + \frac{S(I)}{R_V} + I = \frac{U_V}{R_V} + C_V \hat{U} \sin(2\pi ft)$$

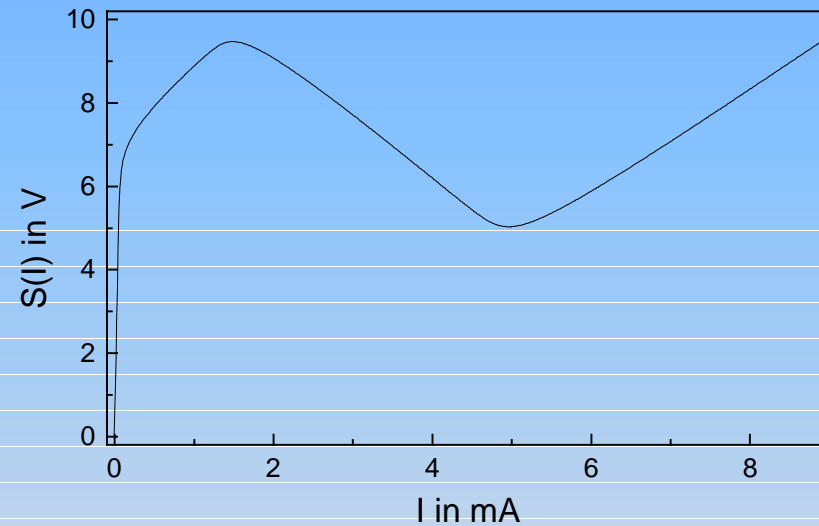
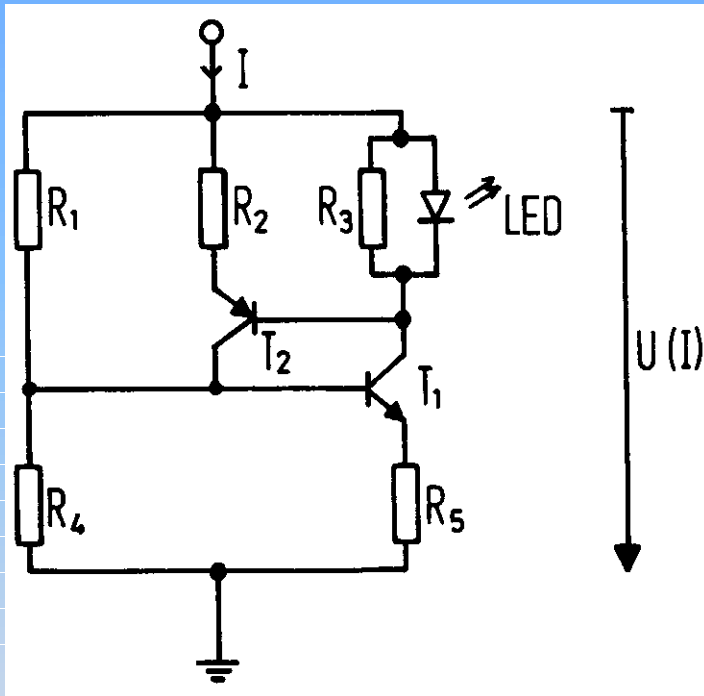
$$R_V = 2,8 \text{ k}\Omega$$

$$L = 33 \text{ mH}$$

$$C_U = 40 \text{ nF}$$

$$C_V = 6,8 \text{ nF}$$

Schaltung der Nichtlinearität



$R_1 = 82,5\text{k}\Omega$, $R_2 = 9,3\text{k}\Omega$, $R_3 = 374\Omega$, $R_4 = 7,5\text{k}\Omega \dots 8,0\text{k}\Omega$, $R_5 = 100\Omega$,
 T_1 : BC546 (nnp), T_2 : BC556 (pnp)
LED : TLR102A(rot)

Experimente am nichtlinearen elektrischen Oszillator

- Selbsterregte Schwingung
Ohne äußeren Treiber wird U_V erhöht
Zwischen 14,5 und 19,9 V schwingt das System
- Periodenverdopplung und Chaos
 U_V so gross, dass System gerade schwingt (ca 14,6 V)
Treiberfrequenz etwas grösser als Eigenfrequenz
Bei wachsendem \hat{U} beobachtet man Frequenzeinrasten,
Periodenverdopplung und Chaos

Freie und Periode 4 Schwingung

