Jun.-Prof. Dr. C. Mukherjee
Yannic Bröker

Winter Semester 2018/19
08.01.2019

Finanzmathematik

Blatt 11

Abgabe: 15.01.2019 bis 16:00 Uhr

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Es sei $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge von Zufallsvariablen in einem metrischen Raum (S_1, ρ_1) und es sei $\varphi : (S_1, \rho_1) \to (S_2, \rho_2)$ eine stetige Abbildung. Zeigen Sie, dass $\varphi(X_n) \Rightarrow \varphi(X)$, falls $X_n \Rightarrow X$.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Es sei $(X^{(n)})_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge von (nicht zufälligen) Prozessen mit

$$X^{(n)}(t) = nt\,\mathbf{1}_{[0,\frac{1}{2n}]}(t) + (1-nt)\mathbf{1}_{[\frac{1}{2n},\frac{1}{n}]}(t)$$

und es sei $X \equiv 0$. Zeigen Sie, dass alle endlich dimensionalen Verteilungen von $X^{(n)}$ schwach gegen die Verteilung von X konvergieren, aber der Prozess $(X^{(n)})_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert nicht gegen X.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Es seien $X, X_1, X_2, ...$ und $Y_1, Y_2, ...$ Zufallsvariablen, wobei X_n und Y_n für jedes n auf demselben Wahrscheinlichkeitsraum definiert seien. Ferner nehmen X_n, Y_n und X für jedes n Werte in dem metrischen Raum (S, ρ) an. Zeigen Sie, dass $Y_n \Rightarrow X$, falls $X_n \Rightarrow X$ und $\rho(X_n, Y_n) \xrightarrow{\mathbb{P}} 0$.