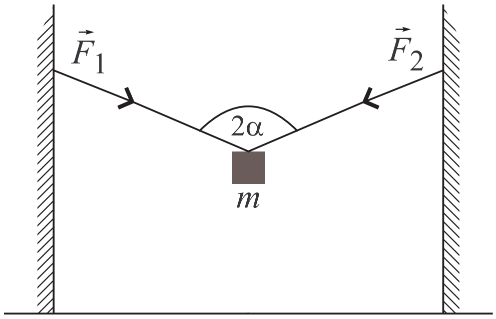
**Aufgabe 1: Darstellung einer Geraden**

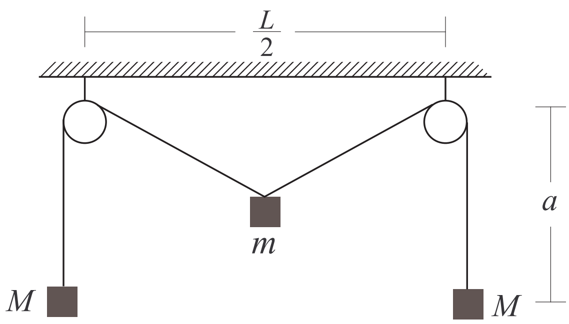
Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung sowie eine parameterfreie Darstellung der Geraden, die durch die Punkte $P$ und $Q$ geht.

$$P = (-1,\,1)\ , \qquad Q = (1,\,4)\ .$$

**Aufgabe 2: Zerlegung von Kräften**




a) Zwischen zwei Hauswänden hängt zur Beleuchtung der Straße eine Lampe mit der Masse $m = 5$ kg an zwei Seilen. Berechnen Sie die Beträge der Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$, die die Seile auf die Hauswände ausüben. In welchem Bereich darf der Wert des Winkels $\alpha$ liegen, wenn ein Seil maximal mit einer Kraft von 100 N belastbar ist?




b*) An jedem Ende eines Seiles der Länge $L$, das über 2 Rollen im Abstand $\frac{L}{2}$ gelegt ist, hängt eine Masse $M$. In der Seilmitte hängt eine weitere Masse $m$. Berechnen Sie den Abstand $a$ zwischen einer Rolle und der darunterhängenden Masse $M$ als Funktion des Massenverhältnisses $\lambda = \frac{m}{M}$. Wie groß ist $a$ speziell für $\lambda = 0$ und $\lambda = 1/2$? Für welches $\lambda$ ist $a = 0$?

*Hinweis*:
Gehen Sie von einem masselosen Seil und unendlich dünnen Rollen aus. Es gilt: $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$.

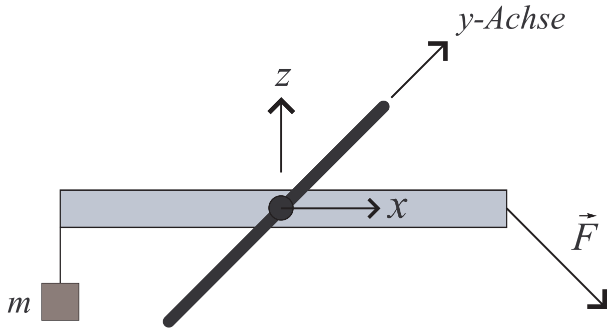
**Aufgabe 3: Kreuzprodukt**

a) Zeigen Sie, dass für zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ folgende Beziehung gilt: $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)^2 + \left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)^2 = a^2\,b^2$.

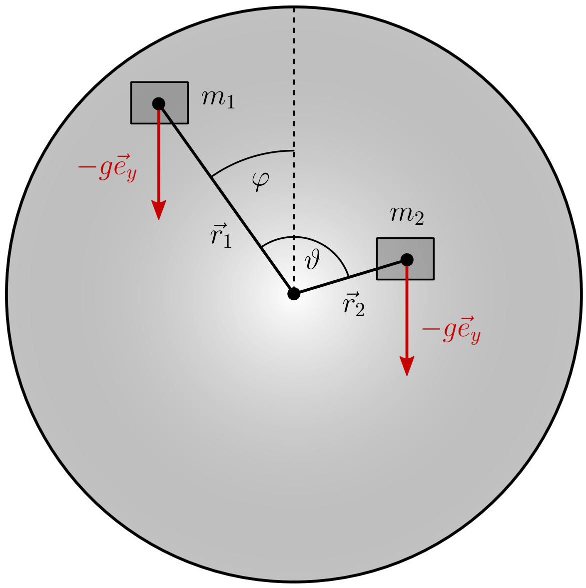
b) Ein Stab der Länge $L = 1$ m sei in seiner Mitte um eine in $y$-Richtung zeigende Achse drehbar gelagert. An einem Ende des Stabes greife eine Kraft $\vec{F} = \begin{pmatrix} 3\ \text{N} \\ 0\ \text{N} \\ -4\ \text{N} \end{pmatrix}$ an.

Berechnen Sie das auf die Mitte des Stabes bezogene Drehmoment. Wie groß muss ein am anderen Ende des Stabes hängendes Gewicht sein, um das Gesamtdrehmoment zum Verschwinden zu bringen? Wie groß ist das Gewicht zu wählen, wenn die Kraft $\vec{F} = \begin{pmatrix} 0\ \text{N} \\ 3\ \text{N} \\ -4\ \text{N} \end{pmatrix}$ wirkt?

*Tipp:* Abbildung auf der Rückseite!




**Aufgabe 4: Drehscheibe**




Betrachten Sie eine flache Scheibe in der $x$-$y$-Ebene, die an ihrem Mittelpunkt aufgehängt und so fixiert ist, dass sie sich nicht drehen kann. Auf der Scheibe sind an den Positionen

$$\vec{r}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

die Massen $m_1$ und $m_2$ befestigt. Berechnen Sie den Winkel $\vartheta$ den die Ortsvektoren der beiden Massen einschließen. Nehmen Sie nun an, die Scheibe könnte unter dem Einfluss der Gravitationsbeschleunigung $-g\vec{e}_y$ frei um ihren Mittelpunkt rotieren. Stellen Sie zunächst die Ortsvektoren mit Hilfe von ebenen Polarkoordinaten als Funktionen von $\varphi$ dar und berechnen sie das auf die Scheibe wirkende Drehmoment. Für welche Werte von $\varphi$ liegt ein stationärer Zustand vor wenn $m_1 = 2m_2$ gilt? Sind diese Zustände jeweils stabil oder instabil?

**Aufgabe 5: Komplexe Zahlen**

Schreiben Die die komplexen Zahlen in der form $z = x + iy$. Geben sie außerdem den Betrag und die Phase an. Zeichnen Sie die komplexen Zahlen ruhig auch in die komplexe Ebene ein:

| | | |
|---|---|---|
| a) $z = (5 - 23i) - (2 - 3i)$ | b) $z = (3 - i2)(10 + i7)$ | c) $z = \frac{1}{2+i5}$ |
| d*) $z = i^i$ | e) $z = \frac{1-2i}{i+5}$ | f) $z = e^{7-3i}$ |
| g*) $z = \sqrt{i}$ | h*) $z = [i-1]^n$ | i*) $z = \left[\sqrt{3} + i3\right]^{11}$ |

**Aufgabe 6*: Komplexe Gleichungen**

Finden sie alle komplexen Zahlen welche die folgenden Gleichungen lösen:

a) $z^6 = -1$ b) $(a + ib)^3 = -1$

Zeichnen Sie ihr Lösungen in die komplexe Ebene.