Übungen zu Atom- und Quantenphysik (SS 2019)

Krüger/Weinheimer

Blatt 1: Ausgabe: 01.04.2019, Besprechung: 09.04.2019

WWU

Aufgabe 1: Deltafunktion **[5 Punkte, mündlich]**

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) [1P] $\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-2\,x^3}\,\delta\,(x\,+\,1)\,d\,x$

b) [1P] $\int\limits_{-1}^{4} (x^3\,+\,2\,x\,-\,2)\,\delta\,(x\,-\,2)\,d\,x$

c) [1P] $\int\limits_{-\infty}^{\infty} (x^2\,+\,2)\,\delta\,(-2\,x)\,d\,x$

d) [1P] $\int\limits_{\mathbb{R}^3} (4\,r^2\,-\,\vec{r}\cdot\vec{r}_0)\,\delta\left(\frac{1}{2}\,(\vec{r}\,-\,\vec{r}_0)\right)d^3\,r$

e) [1P] $\int\limits_{2}^{10} x^2\,\delta\,(x^2\,-\,6\,x\,+\,5)\,d\,x$

Aufgabe 2: Wellenpakete **[9 Punkte, mündlich]**

Diese Aufgabe dient dazu, Sie an grundlegende Eigenschaften von Wellenpaketen zu erinnern. Betrachten Sie ein eindimensionales Wellenpaket der Form

$$f\,(x,\,t)\;=\;\frac{1}{\sqrt{2\,\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty} A\,(k)\cdot \mathrm{e}^{i\,(k\,x\,-\,\omega\,(k)\cdot t)}d\,k\;.$$

a) [3P] Zur Zeit $t\,=\,0$ sei $f\,(x,\,0)\;=\;\frac{1}{\sqrt{\gamma}}\cdot\mathrm{e}^{-\gamma\,|x|}$. Berechnen Sie $A\,(k)$ und bestimmen Sie damit für alle Zeiten t das Wellenpaket $f\,(x,\,t)$. Gehen Sie dabei von einer Dispersionsrelation $\omega\,(k)\;=\;c\cdot k$ ($c\;=$ const) aus.

b) [6P] Ein Wellenpaket mit $A\,(k)\;=\;\mathrm{e}^{-\frac{(k\,-\,k_0)^2}{2\,d^2}}$ breite sich in einem dispersiven Medium mit

$$\omega\,(k)\;=\;\omega_0\,+\,a\,(k\,-\,k_0)\,+\,\frac{b}{2}\,(k\,-\,k_0)^2$$

aus.

i) Berechnen Sie $f\,(x,\,t)$. (Hinweis: Es ist nützlich, die Abkürzung $h^2\;=\;\frac{1}{d^2}\,+\,i\,b\,t$ zu verwenden.)

ii) Berechnen Sie $|f\,(x,\,t)|$. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich das Maximum von $|f\,(x,\,t)|$?

iii) Die Breite des Wellenpaketes sei durch den Abfall der Amplitude von $|f(x,t)|$ auf $\frac{1}{e}$ des maximalen Wertes definiert. Berechnen Sie die Breite als Funktion der Zeit.

Nützliches Integral:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{i\beta k}\, \mathrm{e}^{-\alpha k^2}\, dk = \frac{1}{\sqrt{2\alpha}}\, \mathrm{e}^{-\frac{\beta^2}{4\alpha}} \qquad \text{für} \qquad \mathrm{Re}\,\alpha > 0$$

Aufgabe 3: Aus wie vielen Atomen besteht der Mensch? [2 Punkte, mündlich]

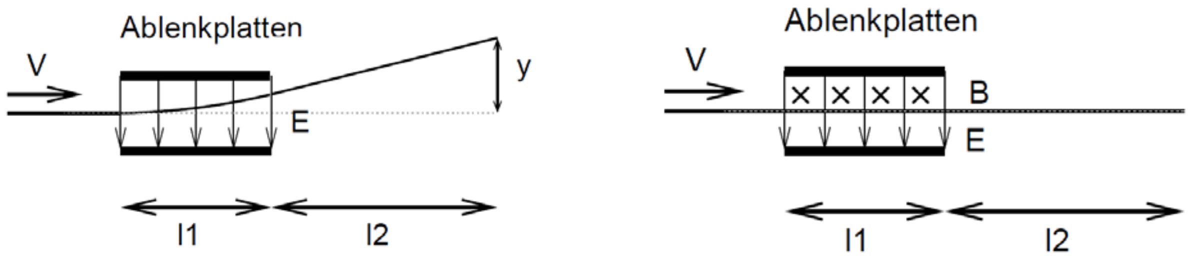
Nehmen Sie sehr vereinfacht an, dass ein Mensch nur aus Wasser (H_2O) besteht und 80 kg wiegt.

Aufgabe 4: Größe eines Atoms [2 Punkte, mündlich]

Schätzen Sie die Größe eines Kohlenstoffatoms aus der Dichte von Graphit $\rho = 2 \cdot 10^3$ kg/m^3 und der Avogadrozahl $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}/\mathrm{mol}$ ab. Die Masse eines Mols Kohlenstoff (genauer des Isotops ^{12}C) beträgt genau 12 g (Definition des Gramms).

Aufgabe 5: q/m-Bestimmung durch Thomson [4 Punkte, mündlich]

J.J. Thomson bestimmte das Ladungs-zu-Masse-Verhältnis q/m von „Kathodenstrahlen", indem er sie in dem transversalen elektrischen Feld E zweier Kondensatorplatten ablenkte (siehe Zeichnung).



a) [1P] Da die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen unbekannt war, nutzte J.J. Thomson aus, dass nur Teilchen einer bestimmten Geschwindigkeit unabgelenkt durch gekreuzte transversale elektrische und magnetische Felder fliegen können (Wien-Filter). In einem Vorversuch bestimmte er die Geschwindigkeit, indem er ein zusätzliches, senkrechtes Magnetfeld geeigneter Stärke anlegte (s. Zeichnung rechts). Berechnen Sie die Geschwindigkeit der unabgelenkten Elektronen in Abhängigkeit des elektrischen Feldes E und des magnetischen Feldes B.

b) [3P] Im eigentlichen Hauptversuch schaltete er das Magnetfeld ab und erhielt dadurch eine Ablenkung der Elektronen. Berechnen Sie diese Ablenkung y in Abhängigkeit der Geschwindigkeit v im elektrischen Feld E, der Strecken l_1 und l_2 sowie dem Ladungs-zu-Masse-Verhältnis q/m. Ersetzen Sie am Ende v durch das Ergebnis des Aufgabenteils a).

Anmerkung: Die „Kathodenstrahlen" von J.J. Thomson waren so niederenergetisch, dass eine nicht-relativistische Berechnung hinreichend genau ist!