Übungen zur Physik I

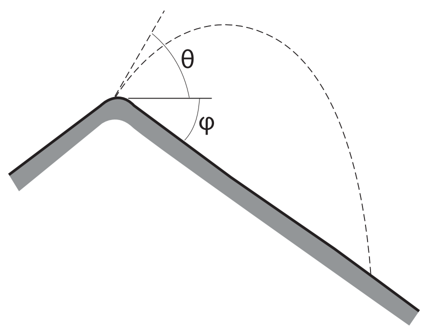
Vorlesung: Prof.Dr. Tilmann Kuhn, Prof.Dr. Cornelia Denz
Übungen: Dr. Karol Kovařík, Dr. Lew Classen

Blatt 3

mündlich: 22. oder 23.10.18
schriftlich: 25. oder 26.10.18

Aufgabe 7: Wurf vom Berg (4 Punkte, schriftlich)

Sie stehen an einem Berg, der sich nach unten unter einem Winkel φ neigt. Unter welchem Winkel θ müssen Sie ein Stein werfen, so dass er am weitesten fliegt?



Hinweis: Beim Lösen dieser Aufgabe könnte die Relation

$$\cot(\varphi) = \tan(\pi/2 - \varphi)$$

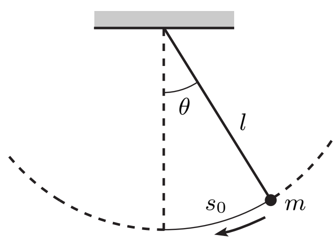
hilfreich sein.

Aufgabe 8: Fadenpendel - Dimensionsanalyse (5 Punkte, mündlich)

(a) (2 Punkte) Benutzen Sie die Dimensionsanalyse um die Periode T eines Pendels zu ermitteln. Das Pendel hat die Länge l, die Masse m und es bewegt sich in einem homogenen Gravitationsfeld mit der Gravitationskonstante g.

(b) (2 Punkte) Wie ändert sich das Ergebniss aus (a) wenn wir auch die Anfangsbogenlänge s_0 als relevant betrachten (also kein mathematisches Pendel nur für kleine Auslenkungen)?

(c) (1 Punkt) Diskutieren Sie anhand dieses Beispiels inwieweit man die Dimensionsanalyse zum exakten Lösen physikalischer Probleme benutzen kann.



Aufgabe 9: Beschleunigte Kreisbewegung (5 Punkte, schriftlich)

Eine beschleunigte Bewegung mit konstanter Winkelbeschleunigung auf einem festen Kreis sei gegeben durch

$$\vec{r}\,(t) \;=\; \begin{pmatrix} R\,\cos\left(\omega\, t \,+\, \frac{1}{2}\,\varepsilon\, t^2\right) \\ R\,\sin\left(\omega\, t \,+\, \frac{1}{2}\,\varepsilon\, t^2\right) \end{pmatrix} \;.$$

(a) (2 Punkte) Berechnen Sie $\vec{v}\,(t)$, $|\vec{v}\,(t)|$, $\vec{a}\,(t)$ und $|\vec{a}\,(t)|$.

(b) (3 Punkte) Bestimmen Sie den Tangentialvektor $\vec{e}_T$ und den Normalenvektor $\vec{e}_N$ und drücken

Sie $\vec{a}\,(t)$ über $\vec{e}_N$ und $\vec{e}_T$ aus. Zeigen Sie also, dass gilt:

$$\begin{aligned}\vec{a} &= a_T \cdot \vec{e}_T + a_N \cdot \vec{e}_N \\ &= \frac{d\,|\vec{v}\,|}{d\,t}\,\vec{e}_T + \frac{\vec{v}^{\,2}\,(t)}{\rho}\,\vec{e}_N\ ,\end{aligned}$$

wobei ρ der Krümmungsradius (hier $\rho = R$) ist.

Aufgabe 10: Schiefer Wurf (6 Punkte, schriftlich)

Ein Ball wird mit der Geschwindigkeit $v_0 = |\vec{v_0}|$ und dem Winkel θ zur Horizontalen abgeworfen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befinde er sich am Ursprung. Die Beschleunigung ist $\vec{a}(t) = -g\,\vec{e}_z$.

(a) (3 Punkte) Stellen Sie die Differenzialgleichungen, die den schiefen Wurf beschreiben, auf und bestimmen Sie die Bahnkurve $\vec{r}(t)$.

(b) (1 Punkt) Zu welcher Zeit T trifft der Ball wieder auf Boden auf?

(c) (1 Punkt) Wie weit wird der Ball geworfen?

(d) (1 Punkt) Wie hoch wird der Ball geworfen?

Aufgabe 11: Der total antisymmetrische Tensor (10 Punkte, mündlich)

Gegeben sei der total antisymmetrische Tensor 3. Stufe

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} +1 & : \text{falls (ijk) gerade Permutation von (123)} \\ -1 & : \text{falls (ijk) ungerade Permutation von (123)} \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases}$$

(a) (4 Punkte = 2+1+1) Beweisen Sie folgende Relationen

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{3} \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{imn} &= \delta_{jm}\delta_{kn} - \delta_{jn}\delta_{km} \\ \sum_{i,j=1}^{3} \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{ijn} &= 2\delta_{kn} \\ \sum_{i,j,k=1}^{3} \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{ijk} &= 6\end{aligned}$$

(b) (6 Punkte) Für die Komponenten des Kreuzproduktes $\vec{a} = \vec{b} \times \vec{c}$ gilt die Beziehung $a_i = \sum_{j,k=1}^{3} \varepsilon_{ijk}\, b_j c_k$. Zeigen Sie mittels dieser Relation und der Ergebnisse aus Teil (a) folgende Identitäten in Komponentenschreibweise:

$$\begin{aligned}\vec{a} \times \left(\vec{b} \times \vec{c}\right) &= \vec{b}\,\left(\vec{a} \cdot \vec{c}\right) - \vec{c}\,\left(\vec{a} \cdot \vec{b}\right) \\ \left(\vec{a} \times \vec{b}\right) \cdot \left(\vec{c} \times \vec{d}\right) &= \left(\vec{a} \cdot \vec{c}\right)\left(\vec{b} \cdot \vec{d}\right) - \left(\vec{a} \cdot \vec{d}\right)\left(\vec{b} \cdot \vec{c}\right) \\ \left(\vec{a} \times \vec{b}\right) \times \left(\vec{c} \times \vec{d}\right) &= \vec{c}\left[\vec{d} \cdot \left(\vec{a} \times \vec{b}\right)\right] - \vec{d}\left[\vec{c} \cdot \left(\vec{a} \times \vec{b}\right)\right] = \vec{b}\left[\vec{a} \cdot \left(\vec{c} \times \vec{d}\right)\right] - \vec{a}\left[\vec{b} \cdot \left(\vec{c} \times \vec{d}\right)\right]\end{aligned}$$