Übungen zur Physik I

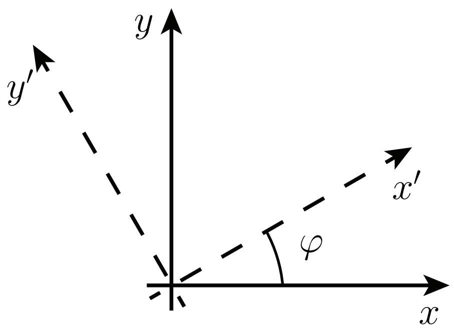
Vorlesung: Prof.Dr. Tilmann Kuhn, Prof.Dr. Cornelia Denz
Übungen: Dr. Karol Kovařík, Dr. Lew Classen

Blatt 10

mündlich: 10. oder 11.12.18
schriftlich: 13. oder 14.12.18

Aufgabe 41: Einfache Drehung (5 Punkte, mündlich)

Betrachten Sie zwei Bezugsysteme S und S' wobei man das neue Bezugsystem S' mit den Basisvektoren $\vec{e}'_x$ und $\vec{e}'_y$ aus dem ursprünglichen Bezugsystem S durch eine Drehung um den Winkel φ erhält (siehe Abbildung).



(a) (2 Punkte) Stellen Sie die neuen Einheitsvektoren $\vec{e}'_x$ und $\vec{e}'_y$ als Linearkombination der Vektoren $\vec{e}_x$ und $\vec{e}_y$ dar.

(b) (1 Punkt) Benutzen Sie die Ergebnisse aus dem Aufgabenteil (a) um eine Drehmatrix $D(\varphi)$ aufzustellen, die die Komponenten v_x und v_y eines Vektors $\vec{v}$ im Bezugsystem S in die neuen Komponenten v'_x und v'_y im Bezugsystem S' transformiert.

$$\begin{pmatrix} v'_x \\ v'_y \end{pmatrix} = D(\varphi).\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$

(c) (2 Punkte) Zwei Vektoren sind durch

$$\vec{v}_1 = \left(\sqrt{3}\,,\,1\right), \qquad \vec{v}_2 = \left(2\,,\,\sqrt{12}\right).$$

im Bezugsystem S gegeben. Bestimmen Sie die Komponenten der Vektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ im Bezugsystem S', wenn der Drehwinkel $\varphi = 30°$ beträgt.

Aufgabe 42: Längenkontraktion (5 Punkte, mündlich)

Stellen Sie sich vor, dass Sie in einem Universum leben, in dem die Lichtgeschwindigkeit 20 km/h beträgt. Sie fahren mit einer Geschwindigkeit von 19,9 km/h in einem Auto (Länge $L = 2$ m) zur Post, die 1 km entfernt ist.

(a) (2 Punkte) Wie lang ist die Wegstrecke aus der Sicht des Fahrers?

(b) (2 Punkte) Wie lang ist das Auto aus der Sicht eines stehenden Beobachters auf dem Gehsteig?

(c) (1 Punkt) Wie lange dauert jeweils in diesen beiden Bezugssystemen die Fahrt zur Post?

Aufgabe 43: Ameisenscheibe **(7 Punkte, schriftlich)**

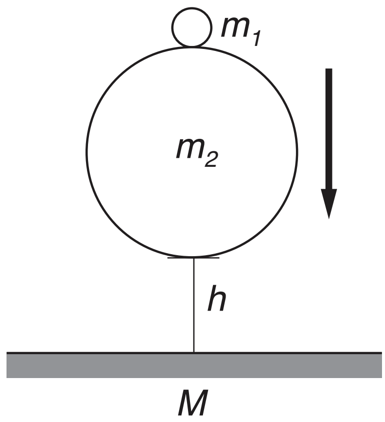
Eine Ameise bewegt sich auf einer Kreisscheibe die sich in der x-y-Ebene um ihre Mitte mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$ dreht. Aus der Sicht der Ameise, bewegt sie sich gradlinig aus der Mitte der Scheibe nach außen mit einer konstanten Geschwindigkeit $\vec{v}' = v' \vec{e}'_x$.

(a) (2 Punkte) Geben Sie alle Kräfte, die auf die Ameise wirken im Bezugssystem, in dem sich die Scheibe nicht bewegt, an.

(b) (3 Punkte) Ermitteln Sie die Form der Bahnkurve in zwei Bezugssystemen. Zunächst in dem Bezugssystem in dem sich die Scheibe nicht bewegt und dann auch im Bezugssystem in dem sich die Scheibe mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ dreht.

(c) (2 Punkte) Nehmen Sie jetzt an, dass die Reibung zwischen den Beinen der Ameise und der Scheibe durch einen statischen Reibungskoeffizient μ_S gegeben ist. Wie weit kann sich die Ameise von der Mitte entfernen bevor sie anfängt zu rutschen?

Aufgabe 44: Astroblaster **(8 Punkte, schriftlich)**



Ein kleiner Ball der Masse m_1 wird an einem großen Ball der Masse m_2 platziert und beide Bälle werden aus der Höhe h losgelassen und fallen unter dem Einfluss der Gravitationskraft zum Boden (siehe Abbildung).
Im Folgenden sollen alle Stöße als zentral und elastisch angenommen werden. Für die Masse des Bodens gilt $M \gg \cdots \gg m_1, m_2$.

(a) (1 Punkt) Betrachten Sie zunächst nur m_2 und berechnen Sie dessen Geschwindigkeit v_2' nach dem Stoß mit dem Boden.

(b) (3 Punkte) Jetzt kollidiert m_1 mit m_2. Welche Geschwindigkeit v_1' besitzt m_1 nach dem Stoß mit m_2? Drücken Sie ihr Ergebnis in Abhängigkeit von m_1, m_2 und v_1 (Geschwindigkeit von m_1 vor dem Stoß) aus.

Hinweis: Transformieren Sie die Bewegung zunächst in das Ruhesystem von m_2 und anschließend wieder zurück.

(c) (2 Punkte) Für welches Massenverhältnis m_1/m_2 wird v_1' maximal und wie groß ist der Faktor zwischen v_1' und v_1 in diesem Fall?

(d) (2 Punkte) Wie hoch springt m_1 maximal bei gegebenem h?

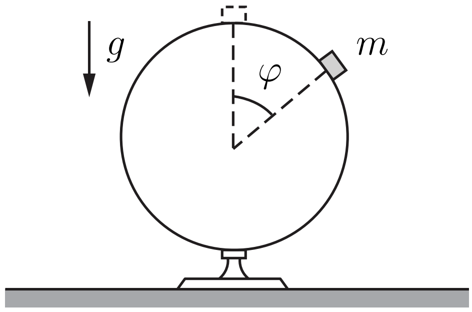
Aufgabe 45: Abrutschen **(6 Punkte, mündlich)**

Gegeben sei eine Kugel mit Radius R und reibungsfreier Oberfläche. Eine Masse m befinde sich an der höchsten Stelle auf der Kugel ($\varphi = 0$) und beginnt im Schwerefeld auf der Kugeloberfläche abzurutschen.

(a) (4 Punkte) Bei welchem Winkel φ reicht die Schwerkraft nicht mehr aus, um m auf der Kugeloberfläche festzuhalten?

(b) (2 Punkte) Beschreiben Sie, welche Kräfte vom Beginn des Abrutschens bis zur Trennung der Masse von der Kugel auf die Masse und die Kugel wirken.

Hinweis: Die kinetische Energie der abrutschenden Masse bestimmt sich auf dem Verlust an potentieller Energie durch Abnahme der Höhe h im Schwerefeld.



Aufgabe 46: Stufenrakete **(6 Punkte, schriftlich)**

Eine Rakete soll in eine niedrige Erdumlaufbahn (low-Earth-orbit oder LEO) geschickt werden um dort einen Satelliten auszusetzen. Die Geschwindigkeit, die notwendig ist um in dieser Umlaufbahn zu bleiben, beträgt $v_{LEO} = 7600\,\mathrm{m/s}$. Die Rakete verfügt über ein chemisches Triebwerk, das Gase mit der Geschwindigkeit $v_{gas} = 4300\,\mathrm{m/s}$ ausstoßen kann. Dieses Triebwerk zündet für $\tau_B = 300\,\mathrm{s}$. Das Triebwerk wiegt immer 10% des Treibstoffes. Um Treibstoff zu sparen, starten die Raketen in der Nähe vom Äquator wo die Startgeschwindigkeit $v_i = 466\,\mathrm{m/s}$.

(a) (3 Punkte) Benutzen Sie die Ergebnisse der Raketengleichung (in z-Richtung, wobei hier die positive z-Richtung nach oben gewählt wurde)

$$m\frac{dv}{dt} + v_{gas}\frac{dm}{dt} = -mg$$

um die Masse des Satelliten als Anteil der Gesamtmasse zu berechnen.

Hinweis: Die Masse setzt sich am Anfang aus der Masse des Satelliten, des Triebwerks und des Treibstoffs zusammen, wobei beim Erreichen der Zielgeschwindigkeit v_{LEO} der gesamte Treibstoff aufgebraucht ist.

(b) (3 Punkte) Um Satelliten in eine niedrige Erdumlaufbahn zu bringen, werden in Wirklichkeit mehrstufige Raketen verwendet. Betrachten Sie jetzt eine zweistufige Rakete wobei jede Stufe ein Triebwerk mit jeweils $\tau_B = 150\,\mathrm{s}$ besitzt. Das erste Triebwerk bringt die Rakete auf die Hälfte der Zielgeschwindigkeit v_{LEO}. Sobald dessen Treibstoff aufgebraucht ist, wird die erste Stufe abgeworfen und das zweite Triebwerk zündet. Berechnen Sie wieder die Masse des Satelliten als Anteil der Gesamtmasse. Vergleichen Sie das Ergebnis mit jenem aus der Teilaufgabe (a).