Übungen zur Physik II

Vorlesung: Prof.Dr. Tilmann Kuhn, Prof.Dr. Cornelia Denz
Übungen: Dr. Karol Kovařík, Dr. Lew Classen

Blatt 9

Abgabe: 05.06.19
Besprechung: 17. oder 18.06.19

Aufgabe 24: Deltafunktion **(8 Punkte, schriftlich)**

(a) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(i) (1 Punkt) $$\int_{-1}^{4} (x^3 + 2\,x - 2)\,\delta(x-2)\,dx\ ,$$

(ii) (1 Punkt) $$\int_{-\infty}^{\infty} (x^2 + 3)\,\delta(-4\,x)\,dx\ ,$$

(iii) (1 Punkt) $$\int_{2}^{10} x^2\,\delta(x^2 - 6\,x + 5)\,dx\ ,$$

(iv) (1 Punkt) $$\int_{\mathbb{R}^3} (3\,r^2 - \vec{r}\cdot\vec{r}_0)\,\delta\left(\frac{1}{2}\,(\vec{r}-\vec{r}_0)\right)\,d^3r\ .$$

(b) Überzeugen Sie sich davon, dass sich die Deltafunktion durch

$$g_\varepsilon(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\,\frac{1}{\varepsilon}\,e^{-\frac{x^2}{\varepsilon^2}}$$

darstellen lässt. Zeigen Sie dazu, dass die folgenden Beziehungen gelten:

(i) (2 Punkte) $$\lim_{\varepsilon\to 0} g_\varepsilon(x) = 0 \quad \text{für} \quad x \neq 0\ ,$$

(ii) (2 Punkte) $$\lim_{\varepsilon\to 0}\int_a^b g_\varepsilon(x)\,f(x)\,dx = \begin{cases} f(0) & \text{für } a < 0 < b \\ -f(0) & \text{für } b < 0 < a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}\ .$$

Hinweise:

- bei (i) gilt:

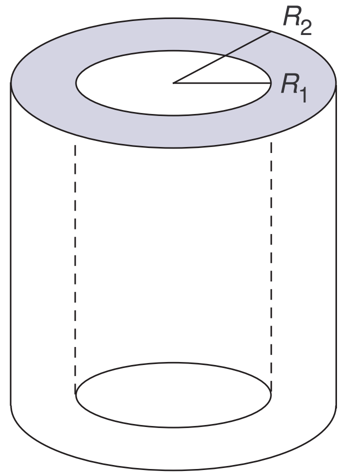
$$\frac{1}{\varepsilon}\,e^{-\frac{x^2}{\varepsilon^2}} = \left(\varepsilon\,e^{\frac{x^2}{\varepsilon^2}}\right)^{-1}\ .$$

Nutzen Sie zur Grenzwertberechnung die Reihendarstellung der Exponentialfunktion aus.

- bei (ii) können Sie den erweiterten Mittelwertsatz der Integralrechnung ausnutzen:

$$\int_a^b h(x)\,f(x)\,dx = f(\tilde{x})\int_a^b h(x)\,dx \qquad \text{mit} \qquad \tilde{x}\in[a,\,b]\ .$$

Aufgabe 25: Elektrisches Feld eines Hohlzylinders **(7 Punkte, mündlich)**



Ein (unendlich) langer Hohlzylinder mit Innenradius R_1 und Außenradius R_2 sei homogen mit der Ladung Q pro Länge L geladen.

(a) (5 Punkte) Benutzen Sie das Gauß'schen Gesetz mit einer an die Symmetrie des Problems angepassten Fläche, um das elektrische Feld in den drei Bereichen

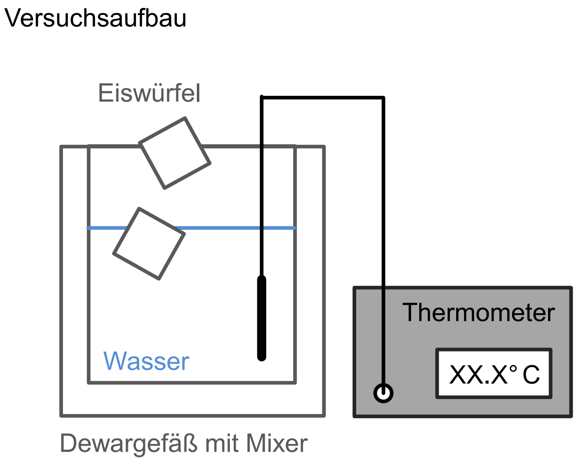
$$\text{(i)} \quad 0 \leq r \leq R_1 \,, \qquad \text{(ii)} \quad R_1 \leq r \leq R_2 \,, \qquad \text{(iii)} \quad R_2 \leq r$$

zu berechnen. Dabei ist r der radiale Abstand von der Zylinderachse. Skizzieren Sie das elektrische Feld $E(r)$ in Abhängigkeit von r.

(b) (2 Punkte) Berechnen Sie das zu dem Feld gehörende elektrische Potential $\phi(r)$.

Aufgabe 26: Eiswürfelkühlung **(10 Punkte, mündlich)**

Das Wasser in einem Dewargefäß (Masse $m_{\text{Wasser}} = 367\,\text{g}$, spezifische Wärmekapazität $c_{\text{Wasser}} = 4180\,\text{J}\,\text{kg}^{-1}\,\text{K}^{-1}$) wird durch Zugabe von Eiswürfeln (Masse $m_{\text{Eis}} = 16\,\text{g}$, spezifische Wärmekapazität $c_{\text{Eis}} = 2060\,\text{J}\,\text{kg}^{-1}\,\text{K}^{-1}$, Temperatur $T_{\text{Eis}} = -30\,°\text{C}$, Schmelzwärme $\lambda_{\text{S}} = 333\,\text{J}\,\text{g}^{-1}$) gekühlt. Schauen Sie sich den abgebildeten Versuchsaufbau und das Video unter `http://tiny.cc/ekfzly` an. Bearbeiten Sie folgende Aufgaben:



(a) (3 Punkte) Extrahieren Sie aus dem Video eine Messreihe zur Abhängigkeit der Mischungstemperatur von der Anzahl geschmolzener Eiswürfel. Leiten Sie den erwarteten funktionalen Zusammenhang, unter Annahme eines idealen Dewargefäßes, her. Wie geht diese Annahme in Ihre Rechnung ein?

(b) (1 Punkt) Stellen Sie Ihre Messreihe zur Mischungstemperatur zusammen mit der von Ihnen hergeleiteten Funktion in einem Eiswürfel-Temperatur-Diagramm für den Bereich von 0 bis 15 zugegebenen Eiswürfeln dar.

(c) (2 Punkte) Welchen Schluss ziehen Sie aus dem Vergleich von Messung und Funktion im Bereich zwischen 0 und 8 Eiswürfeln? Warum ist die Temperatur keine lineare Funktion der Eiswürfelanzahl?

(d) (2 Punkte) Bei Erfrischungsgetränken wird üblicherweise eine Trinktemperatur von $\sim 10\,°\text{C}$ angestrebt. Welche Anzahl von Eiswürfeln wird dafür benötigt? Entspricht das Ihrer Erfahrung im Alltag?

(e) (2 Punkte) Erklären Sie, was Sie bei Zugabe weiterer Eiswürfel erwarten. Was passiert bei 10 und mehr Eiswürfeln? Berechnen Sie, ob Eiswürfel ein Getränk gefrieren lassen können.