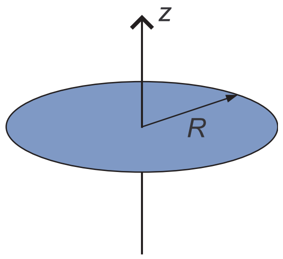
Aufgabe 51: Geladene Scheibe (mündlich, 10 Punkte)

Eine runde, flache Scheibe mit Radius R trage die homogene Flächenladungsdichte σ.



a) Geben Sie die Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$ an und berechnen Sie die Gesamtladung Q der Scheibe.

b) Berechnen Sie das Potential $\varphi(\vec{r})$ entlang der Scheibenachse, d. h. für $\vec{r} = (0,\, 0,\, z)$.

c) Berechnen Sie das zugehörige elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ entlang der Scheibenachse durch Integration über die Ladungsdichte. Skizzieren Sie $E_z(\vec{r})$ für $\vec{r} = (0,\, 0,\, z)$.

Hinweis: Rechnen Sie in Zylinderkoordinaten $x = r_\parallel \cos\varphi$, $y = r_\parallel \sin\varphi$, $z = z$.

Aufgabe 52: Dipol im elektrischen Feld (schriftlich, 2 Punkte)

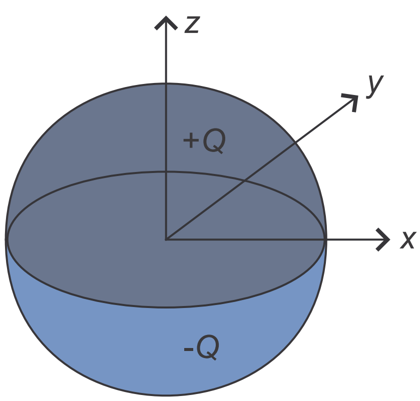
Ein aus zwei Elementarladungen $Q = \pm 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C im Abstand $d = 5\,\text{Å}$ bestehender Dipol befinde sich im Feld eines Plattenkondensators. Die Platten haben einen Abstand von $D = 1$ cm und sind auf $U = 5000$ V aufgeladen. Der Dipol bilde mit der Feldrichtung einen Winkel von $\alpha = 45°$. Wie groß ist das Drehmoment, das der Dipol erfährt?

Aufgabe 53: Dipolmoment (mündlich, 10 Punkte)

Gegeben sei eine Kugel vom Radius R, deren eine Hälfte ($z > 0$) eine gleichförmig verteilte positive Ladung $+Q$ und deren andere Hälfte ($z < 0$) eine entsprechende negative Ladung $-Q$ trage.

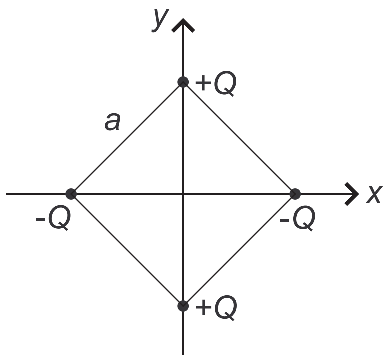
a) Berechnen Sie das Dipolmoment $\vec{p} = \displaystyle\int \rho(\vec{r})\, \vec{r}\, d^3 r$ der Kugel.

b) Geben Sie das durch das Dipolmoment hervorgerufene Potential $\varphi(\vec{r})$ an und skizzieren Sie die Äquipotentiallinien in der x-z-Ebene. Stellen Sie dazu (für konstantes $\overline{\varphi}$) x als Funktion von z dar.



Aufgabe 54: **Planarer Quadrupol** **(schriftlich, 8 Punkte)**

Vier Punktladungen befinden sich symmetrisch um den Koordinatenursprung auf den Ecken eines Quadrates mit der Seitenlänge a in der x-y-Ebene. Berechnen Sie das Potential $\varphi(\vec{r})$ dieser Ladungsverteilung für $r \gg a$.



Hinweis: Benutzen Sie die Reihenentwicklung von $(1+\varepsilon)^{-\frac{1}{2}}$ für $\varepsilon \ll 1$ bis zum 3. Glied einschließlich.

Aufgabe 55: **Zylinderkondensator** **(schriftlich, 10 Punkte)**

Ein Kondensator der Länge L bestehe aus zwei koaxialen unendlich dünnen Hohlzylindern mit den Radien R_1 bzw. R_2. Die Ladungsdichte sei in Zylinderkoordinaten $(r_{\|},\, \varphi,\, z)$ durch

$$\rho(\vec{r}) = \frac{Q}{2\pi L}\left(\frac{\delta(r_{\|} - R_1)}{R_1} - \frac{\delta(r_{\|} - R_2)}{R_2}\right)$$

gegeben.

a) Berechnen Sie mit Hilfe des Gauß'schen Gesetzes das elektrische Feld des Zylinderkondensators. Vernachlässigen Sie dabei die Randeffekte durch die beiden Deckelflächen.

b) Bestimmen Sie das Potential $\varphi(r_{\|})$ mit den Randbedingungen $\varphi(\infty) = 0$ und die Kapazität C für dieses System.

c) Berechnen Sie die Gesamtenergie des Zylinderkondensators.