

Aufgabe 26: Gaskonstante**(schriftlich, 2 Punkte)**

Die Dichte von Helium bei Normalbedingungen ($T = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, $p = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$) wird zu $\rho = 0,1786 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ bestimmt. Wie groß ist das Molvolumen V_m ? (Die Molmasse von Helium beträgt $M_{\text{He}} = 4,0026 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$.) Ermitteln Sie daraus die Gaskonstante R unter der Annahme, dass sich Helium wie ein ideales Gas verhält.

Aufgabe 27: Anwendung der barometrischen Höhenformel**(schriftlich, 6 Punkte)**

Ein Heißluftballon mit einem Volumen von $V_B = 100 \text{ m}^3$ ist mit Luft der Temperatur $T_B = 900 \text{ K}$ gefüllt. Die Masse des gefüllten Ballons beträgt $m_B = 50 \text{ kg}$, die Außentemperatur sei $T_A = 300 \text{ K}$.

- a) Wie groß ist die Auftriebskraft am Boden?
 b) Wie groß ist die maximale Steighöhe des Ballons, wenn sein Volumen und die Temperaturen T_A und T_B als konstant angenommen werden?

(Die mittlere Molmasse der Luft beträgt $M_L = 29 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, der Druck p_0 am Boden sei 10^5 Pa .)

Aufgabe 28: Entropieänderung**(mündlich, 7 Punkte)**

- a) Die innere Energie U und die Entropie S sind Zustandsgrößen, d. h. dU und dS sind vollständige Differentiale. Zeigen Sie, dass daher für ein System, an dem Volumenarbeit $\delta W = -p dV$ verrichtet wird, folgender Zusammenhang besteht:

$$\left. \frac{\partial U}{\partial V} \right|_T + p = T \left. \frac{\partial p}{\partial T} \right|_V .$$

(Diese Relation ist bei der Lösung einiger der folgenden Aufgaben hilfreich.)

- b) Berechnen Sie für ein van der Waals-Gas die Entropieänderung $\Delta S = S(T, V) - S(T_0, V_0)$. Nehmen Sie dabei an, dass C_V nicht von T abhängt.

Aufgabe 29: Zustandsgleichungen**(schriftlich, 6 Punkte)**

- a) Zwei Systeme, deren innere Energie $U(T)$ nur von der Temperatur und nicht vom Volumen abhängt, sollen den Zustandsgleichungen

i) $pV^2 = ANk_B T$

ii) $p^2 V = BNk_B T$

genügen. Dabei sind A und B Konstanten. Welches dieser Systeme ist nicht im Einklang mit den Hauptsätzen der Thermodynamik?

- b) Die innere Energie eines Gases haben die Form $U = V u(T)$, wobei die Energiedichte $u(T)$ nur eine Funktion von T sei. Die Zustandsgleichung des Systems sei $pV = \frac{1}{3} U$. Berechnen Sie $u(T)$.

Aufgabe 30: Volumenausdehnung von Wasser**(mündlich, 8 Punkte)**

- a) Zeigen Sie unter Verwendung der Resultate von Aufgabe 11, dass der isobare thermische Volumenausdehnungskoeffizient $\gamma = \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial T} \Big|_p$ und die isobare Kompressibilität $\kappa = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \Big|_T$ folgendermaßen zusammenhängen:

$$\frac{\gamma}{\kappa} = \frac{\partial p}{\partial T} \Big|_V .$$

- b) Der Volumenausdehnungskoeffizient γ von Wasser ist im Intervall $0^\circ \text{ C} < T < 4^\circ \text{ C}$ negativ. Zeigen Sie, dass sich Wasser auf Grund dieser Anomalie bei einer adiabatischen Kompression im angegebenen Temperaturintervall abkühlt. (κ ist aus Stabilitätsgründen immer positiv.) Berechnen Sie dazu $\frac{\partial T}{\partial V} \Big|_S$.
- c) Bei $T = 4^\circ \text{ C}$ ist für Wasser $\gamma = 0$. Lässt sich ein Carnot-Prozess mit Wasser als Arbeitsmedium zwischen zwei Wärmebädern mit $T_W = 80^\circ \text{ C}$ und $T_K = 4^\circ \text{ C}$ ausführen? Betrachten Sie dazu die Entropieänderung bei den vier Schritten des Kreisprozesses.

Aufgabe 31: Elektronengas**(schriftlich, 6 Punkte)**

Viele thermodynamische Eigenschaften von Festkörpern lassen sich gut im Modell eines Elektronengases beschreiben. Unter Berücksichtigung quantenmechanischer Effekte ergibt sich in diesem Modell die innere Energie bei niedrigen Temperaturen zu

$$U(S, V) = a \frac{N^{\frac{5}{3}}}{V^{\frac{2}{3}}} + b \frac{S^2}{V^{\frac{2}{3}} N^{\frac{1}{3}}} .$$

Dabei sind a und b positive Konstanten, die von der Elektronenmasse, dem Planck'schen Wirkungsquantum und der Boltzmannkonstante abhängen.

- a) Berechnen Sie aus $U(S, V)$ die freie Energie $F(T, V)$ des Gases.
- b) Bestimmen Sie den Druck $p(T, V)$ und die Wärmekapazität C_V . Wie verhalten sich diese Größen bei $T \rightarrow 0$?