

Übungen zur theoretischen Festkörperphysik II - Zettel 1

Sommersemester 2012

Abgabe: 17.04.

Aufgabe 1: Fermionische Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren (4P)

Seien c_j^\dagger und c_j die in der Vorlesung definierten Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für Fermionen und $n_j = c_j^\dagger c_j$ der Teilchenzahloperator.

- Berechnen Sie $(c_j)^\dagger$ und $(c_j^\dagger)^\dagger$ mit Hilfe des Antikommutators. Was heisst das Ergebnis?
- Berechnen Sie die Kommutatoren $[n_j, c_k]$ und $[n_j, c_k^\dagger]$.
- Berechnen Sie $(n_j)^\dagger$.

Aufgabe 2: Einteilchen-Operatoren in 2. Quantisierung (6P)

Bestimmen sie den Operator der Teilchendichte $\rho(\vec{r}) = \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i)$ und den Impulsoperator $\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i$ in 2. Quantisierung für freie Elektronen im Volumen V .

Aufgabe 3: Bewegungsgleichung in 2. Quantisierung (10P)

Um die Zeitentwicklung von Elektronen in einem System zu berechnen, kann man die Dichtematrix ρ mit $\rho_{ij} = \langle c_i^\dagger c_j \rangle$ benutzen. Betrachten wir ein System in 2. Quantisierung mit Hamiltonoperator $H = H_0 + H'$ mit $H_0 = \sum_i \varepsilon_i c_i^\dagger c_i$ und $H' = \sum_{i,j} V^{ij} c_i^\dagger c_j$, wobei c_j^\dagger und c_j die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für Elektronen sind. Ein solcher Hamiltonian beschreibt beispielsweise die Wechselwirkung mit einem zusätzlichen externen Feld.

- Betrachten Sie zunächst nur H_0 und stellen Sie die Bewegungsgleichung für den Operator $c_i^\dagger c_j$ mit Hilfe der Heisenberg Gleichung auf. Vergleichen Sie diese mit den in der Vorlesung aufgestellten Bewegungsgleichungen für die einzelnen Operatoren c_i und c_i^\dagger . Was fällt auf für den Fall $i = j$?
- Berechnen Sie nun die Bewegungsgleichung für den gesamten Hamiltonoperator H auf.
- Um auf die Bewegungsgleichung für die Dichtematrix zu kommen, müssen Sie den Erwartungswert nehmen. Wie lautet dann die Gleichung?