

# Übungen zur theoretischen Festkörperphysik II - Zettel 1

Sommersemester 2012

Abgabe: 17.04.

## Aufgabe 1: Fermionische Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren (4P)

Seien  $c_j^\dagger$  und  $c_j$  die in der Vorlesung definierten Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für Fermionen und  $n_j = c_j^\dagger c_j$  der Teilchenzahloperator.

- Berechnen Sie  $(c_j)^\dagger$  und  $(c_j^\dagger)^\dagger$  mit Hilfe des Antikommutators. Was heisst das Ergebnis?
- Berechnen Sie die Kommutatoren  $[n_j, c_k]$  und  $[n_j, c_k^\dagger]$ .
- Berechnen Sie  $(n_j)^2$ .

## Aufgabe 2: Einteilchen-Operatoren in 2. Quantisierung (6P)

Bestimmen sie den Operator der Teilchendichte  $\rho(\vec{r}) = \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i)$  und den Impulsoperator  $\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i$  in 2. Quantisierung für freie Elektronen im Volumen  $V$ .

## Aufgabe 3: Bewegungsgleichung in 2. Quantisierung (10P)

Um die Zeitentwicklung von Elektronen in einem System zu berechnen, kann man die Dichtematrix  $\rho$  mit  $\rho_{ij} = \langle c_i^\dagger c_j \rangle$  benutzen. Betrachten wir ein System in 2. Quantisierung mit Hamiltonoperator  $H = H_0 + H'$  mit  $H_0 = \sum_i \varepsilon_i c_i^\dagger c_i$  und  $H' = \sum_{i,j} V^{ij} c_i^\dagger c_j$ , wobei  $c_j^\dagger$  und  $c_j$  die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für Elektronen sind. Ein solcher Hamiltonian beschreibt beispielsweise die Wechselwirkung mit einem zusätzlichen externen Feld.

- Betrachten Sie zunächst nur  $H_0$  und stellen Sie die Bewegungsgleichung für den Operator  $c_i^\dagger c_j$  mit Hilfe der Heisenberg Gleichung auf. Vergleichen Sie diese mit den in der Vorlesung aufgestellten Bewegungsgleichungen für die einzelnen Operatoren  $c_i$  und  $c_i^\dagger$ . Was fällt auf für den Fall  $i = j$ ?
- Berechnen Sie nun die Bewegungsgleichung für den gesamten Hamiltonoperator  $H$  auf.
- Um auf die Bewegungsgleichung für die Dichtematrix zu kommen, müssen Sie den Erwartungswert nehmen. Wie lautet dann die Gleichung?