Aufgabe 5 (mündlich): Ideales Gas, Zustandsgleichung (6 Punkte)

a) Bestimmen Sie für das ideale Gas die Koeffizienten

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$ der isobaren Volumenausdehnung,

$$\beta = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$$ der isochoren Druckerhöhung,

$$\kappa = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$ der isothermen Kompression.

b) Gegeben sei eine allgemeine Zustandsgleichung $f(x,y,z)=0$. Dann lässt sich eine der Variablen als Funktion der beiden anderen auffassen: $z(x,y)$ oder $y(x,z)$ oder $x(y,z)$.

Zeigen Sie, dass folgende Beziehungen gelten:

(i) $$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = \frac{1}{\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y}$$ (ii) $$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

c) Verifizieren Sie die Beziehung (ii) für das ideale Gas. Drücken Sie diese durch die Koeffizienten aus Teilaufgabe a) aus.

Aufgabe 6 (schriftlich): Maxwell-Boltzmann-Verteilung (8 Punkte)

Die Verteilungsfunktion $f(\vec{v})$ eines idealen Gases bei vorgegebener Temperatur *T* lautet

$$f(\vec{v}) = n\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}.$$

a) Berechnen Sie damit die Mittelwerte $< v_x >, < v_x^2 >, < v >, < v^2 >, < v_x^2 v_y^2 >, v_{rms} = \sqrt{< v^2 >}$ sowie den wahrscheinlichsten Wert des Geschwindigkeitsbetrags v_w.

Hinweis: Letztere Größe ergibt sich aus dem Maximum der Verteilung $\tilde{f}(v) = 4\pi v^2 f(v)$, d.h. der Verteilung für den Betrag der Geschwindigkeit. Die Abkürzung *rms* steht für „root mean square“.

b) Bestimmen Sie $< v >$ und v_w für Sauerstoff- und Wasserstoffmoleküle bei $T = 300\,\mathrm{K}$. Was folgt aus dem Vergleich mit der Fluchtgeschwindigkeit der Erde von 11,2 km/s? (molare Massen: $M_{O_2} = 32,00\,\mathrm{g/mol}$, $M_{H_2} = 2,02\,\mathrm{g/mol}$)

Aufgabe 7 (schriftlich): Boltzmann-Statistik von Zwei-Niveau-Systemen (6 Punkte)

Gegeben sei ein System aus *N* nichtwechselwirkenden Teilchen, von denen jedes nur zwei mögliche Energiewerte $\pm E_0$ annehmen kann.

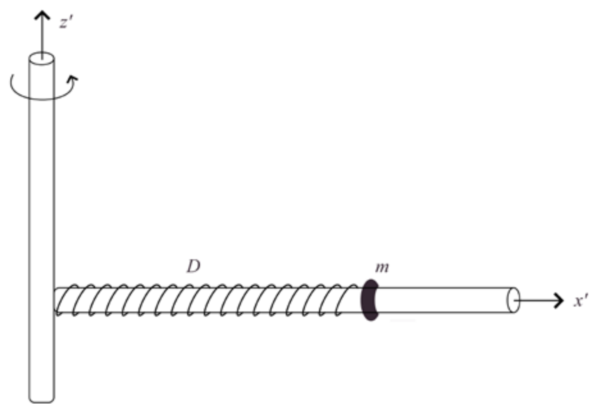
a) Bestimmen Sie die mittlere Besetzungszahl f_1 bzw. f_2 des Zustands mit der Energie $-E_0$ bzw. $+E_0$.

b) Berechnen Sie die Gesamtenergie *U* und skizzieren Sie deren Verlauf als Funktion der Temperatur *T*. Was ergibt sich für *U* in den Grenzfällen $T \to 0$ und $T \to \infty$?

!Bitte die TE Aufgaben separat abgeben!

TE-Aufgabe TE1 (mündlich): Scheinkräfte (8 Punkte)

Ein Körper mit der Masse m gleite reibungsfrei entlang einer Schiene, welche mit der z-Achse einen rechten Winkel einschließt und mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um die z-Achse rotiert. Das System befinde sich im homogenen Schwerefeld der Erde. Ferner sei der Körper durch eine Feder mit Federkonstante D und Ruhelänge l_0 mit dem Koordinatenursprung verbunden. Betrachten Sie die Bewegung des Körpers im rotierenden Bezugssystem Σ'. Die Führungsschiene liege dabei auf der x'-Achse.



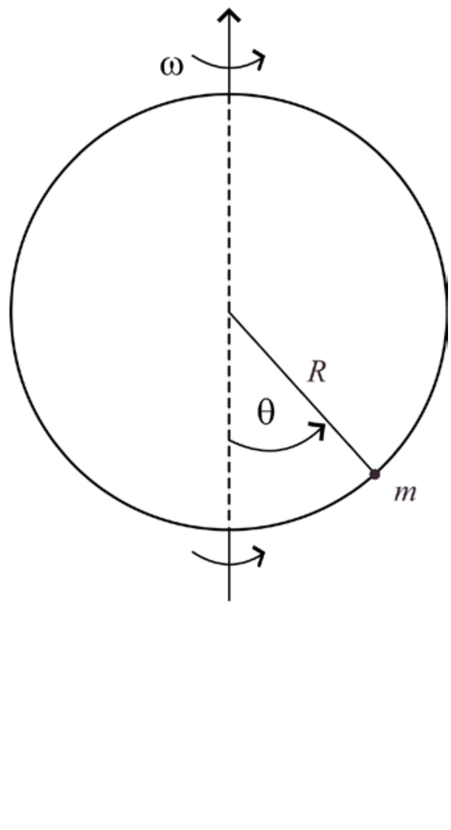
a) Wiederholen Sie die Scheinkräfte aus Kapitel 2.6.3 der Physik I Vorlesung. Welche Kräfte und Scheinkräfte wirken in diesem Koordinatensystem auf den Körper? Berechnen Sie Betrag und Richtung der Kräfte und Scheinkräfte.

b) Eine Bewegung des Körpers ist nur entlang der Führungsschiene möglich. Welche Kräfte wirken entlang der Schiene? Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Bewegung entlang der Schiene auf.

c) In welchem Abstand $x' = x_0$ bleibt die Masse bei gegebener Winkelgeschwindigkeit in Ruhe? Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit solch eine Ruhelage existiert? Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichung durch den Ansatz $x'(t) = x_0 + c_1 e^{\lambda t} + c_2 e^{-\lambda t}$ gelöst wird. Bestimmen Sie λ, c_1, c_2 aus der Bewegungsgleichung und den Anfangsbedingungen $x'(0) = x_1$, $\dot{x}'(0) = 0$. Beschreiben Sie qualitativ den Verlauf der Bewegung in den beiden Fällen $D > m\omega^2$ und $D < m\omega^2$.

TE-Aufgabe TE2 (schriftlich): Masse auf Kreisring (10 Punkte)

Ein Kreisring (C) rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um seinen vertikalen Durchmesser. Auf dem Kreisring kann sich ein Massenpunkt m reibungsfrei bewegen. Das Gravitationsfeld sei homogen.



a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für den Massenpunkt m in demjenigen Koordinatensystem auf, in welchem der Kreisring ruht. Verwenden Sie dazu ebene Polarkoordinaten (r, ϑ) und drücken Sie die Gravitationskraft und die Scheinkräfte durch die Basisvektoren $\vec{e}_r$ und $\vec{e}_\vartheta$ aus.

   Hinweis: Da sich der Massenpunkt nur auf dem Kreisring bewegen kann, muss nur die ϑ-Komponente der Bewegungsgleichung betrachtet werden.

b) Leiten Sie die gefundene Differentialgleichung für $\vartheta(t)$ auch in einem Inertialsystem ab. Verwenden Sie hierzu Kugelkoordinaten (r, ϑ, φ) und beachten Sie, dass wiederum nur die ϑ-Komponente betrachtet werden muss.

c) Diskutieren Sie die möglichen Gleichgewichtslagen, d. h. Lösungen mit $\vartheta = const.$, des Massenpunktes in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit ω.

d) Zeigen Sie, dass die Energie

$$E = \frac{1}{2} m R^2 \dot{\vartheta}^2 + V(\vartheta)$$

   konstant ist. Wie lautet $V(\vartheta)$? Skizzieren Sie $V(\vartheta)$ im Intervall $-\pi \le \vartheta \le \pi$ für die Fälle $\omega^2 = \frac{g}{2R}$ und $\omega^2 = 2\frac{g}{R}$.