

**Aufgabe 1: Ideales Gas****(6 Punkte)**

Betrachten Sie ein einkomponentiges ideales Gas aus  $N$  Atomen oder Molekülen im Volumen  $V$ , das durch die Zustandsgleichungen

$$pV = N k_B T \quad \text{und} \quad E = \frac{f}{2} N k_B T$$

beschrieben wird ( $E$  = innere Energie,  $p$  = Druck,  $T$  = Temperatur,  $k_B$  = Boltzmann-Konstante,  $f$  = Zahl der Freiheitsgrade;  $f = 3$  für Atome,  $f = 5$  für linear gebaute (z. B. zweiatomige) Moleküle bei nicht zu hoher Temperatur,  $f = 6$  für größere Moleküle bei nicht zu hoher Temperatur).

- a) Bei adiabatischer Kompression eines Gases (d. h. ohne Temperatúrausgleich mit der Umgebung) wird das Volumen reduziert, während gleichzeitig Druck und Temperatur steigen ( $p(V)$  und  $T(V)$ ; an jeder Fahrradluftpumpe zu beobachten). Zeigen Sie unter Verwendung der Zustandsgleichungen und unter Betrachtung einer infinitesimalen mechanischen Energiezufuhr ( $dE = -pdV$ ), dass hierbei  $T(V) = A \cdot V^\alpha$  sowie  $p(V) = B \cdot V^\beta$  gilt; bestimmen Sie die Exponenten  $\alpha$  und  $\beta$ .
- b) Betrachten Sie folgenden Kreisprozess, wie er z. B. im Ottomotor auftritt:
- Frisch eingeströmtes Gas (Druck = Außendruck  $p_A$ , Temperatur = Außentemperatur  $T_A$ , Volumen =  $V_A$ ) wird zunächst adiabatisch auf ein Volumen  $V_B = V_A/n$  komprimiert ( $n$  = „Verdichtung“, meistens  $n \approx 10$ ), wobei sich Druck und Temperatur auf  $p_B$  und  $T_B$  erhöhen. Bestimmen Sie die dazu notwendige Arbeit  $W_1$ .
  - Das Gas wird nun von  $T_B$  weiter erhitzt (i. d. R. durch einen Verbrennungsprozess), und zwar auf die Temperatur  $T_C$ , wodurch sich auch der Druck weiter erhöht. Bestimmen Sie die dazu notwendige „Energiezufuhr“  $W_2$  (= freigesetzte chemische Energie).
  - Nun wird das Gas vom Volumen  $V_B$  auf das ursprüngliche Volumen  $V_A$  dekomprimiert (wiederum adiabatisch), wobei Druck und Temperatur reduziert werden. Bestimmen Sie die dabei frei werdende mechanische Arbeit  $W_3$ .
  - Der vierte Schritt (Austausch gegen frisches Gas) ist für uns hier ohne Bedeutung. Insgesamt wird durch den Prozess mechanische Arbeit  $\Delta W_{13} = W_3 - W_1$  geleistet. Bestimmen Sie den Wirkungsgrad des Motors, d. h.  $\eta := \Delta W_{13}/W_2$ , und drücken Sie ihn sowohl als Funktion der Verdichtung als auch als Funktion des Quotienten  $T_A/T_B$  aus.

**Aufgabe 2: Ideales Gas****(4 Punkte)**

Betrachten Sie einen senkrecht stehenden Zylinder mit Querschnittsfläche  $A$ , der von einem reibungsfrei beweglichen Stopfen der Masse  $M$  verschlossen sei. Der Zylinder sei mit einem idealen Gas gefüllt (Zahl der Freiheitsgrade pro Teilchen:  $f$ ). Im Gleichgewicht habe der Zylinder das Innenvolumen  $V_0 = A \cdot h_0$ ; Druck und Temperatur seien durch  $p_0$  und  $T_0$  gegeben. Der Stopfen kann nun um die Gleichgewichtslage herum harmonische Schwingungen ausführen, wobei das Gas adiabatisch komprimiert und dekomprimiert wird. Bestimmen Sie (für kleine Amplitude) die resultierende Schwingungsperiode  $\tau$ . Eine solche Anordnung dient unter anderem dazu, das Verhältnis zwischen  $C_p$  und  $C_V$  zu messen. Erläutern Sie dies!