4. Übung zur Physik II (SS 2014) **Prof. Kohl/Prof. Rohlfing**

Ausgabedatum: 29.04.2014 Abgabedatum: 06.05.2014

10:30 Uhr, Briefkasten neben IG 1-85

Aufgabe 16: Funktionalrelation (schriftlich, 4 Punkte)

a) Gegeben sei die Funktionalrelation $g(x, y, z) = 0$. Dann lässt sich eine der Variablen als Funktion der beiden anderen auffassen: $z(x, y)$ oder $y(x, z)$ oder $x(y, z)$. Zeigen Sie, dass folgende Beziehungen gelten:

$$\text{i)} \quad \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_y = \frac{1}{\left.\frac{\partial x}{\partial z}\right|_y} \qquad \text{und} \qquad \text{ii)} \quad \left.\frac{\partial x}{\partial y}\right|_z \cdot \left.\frac{\partial y}{\partial z}\right|_x \cdot \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_y = -1\,.$$

Hinweis: Betrachten Sie $x(y, z)$ sowie $z(x, y)$ und setzen Sie das Differential dx in das Differential dz ein.

b) Die Zustandsgleichung $p(V, T)$ eines Systems sei bekannt. Verwenden Sie die Resultate aus a), um die isotherme Kompressibilität

$$\kappa = -\frac{1}{V}\left.\frac{\partial V}{\partial p}\right|_T$$

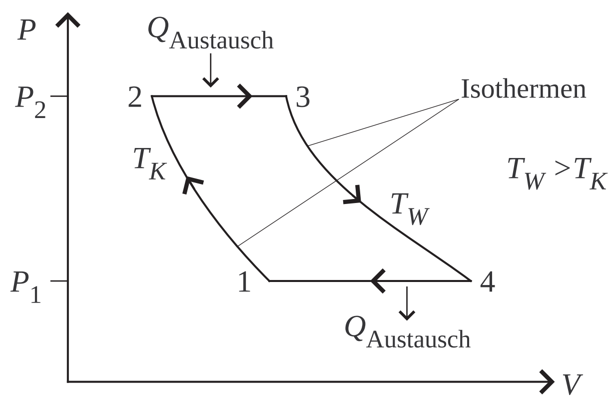
und die isobare thermische Volumenausdehnung

$$\gamma = \frac{1}{V}\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_p$$

durch die partiellen Ableitungen von p nach V und T auszudrücken. Bestimmen Sie κ und γ für das ideale Gas mit $pV = N k_B T$.

Aufgabe 17: Kreisprozess (schriftlich, 6 Punkte)

Ein ideales Gas durchlaufe den skizzierten Kreisprozess reversibel. Bei diesem sogenannten Ericsson-Prozess werden isotherme und isobare Zustandsänderungen durchgeführt, wobei die während der isobaren Kompression bzw. Expansion umgesetzten Wärmen gegeneinander ausgetauscht werden.



a) Berechnen Sie die während der einzelnen Prozessschritte anfallenden Arbeiten und Wärmen sowie die Änderungen der inneren Energie.

b) Stellen Sie eine Bilanz von W, Q und ΔU für den Kreisprozess auf und geben Sie den Wirkungsgrad als Funktion der Temperaturen T_K und T_W an.

Aufgabe 18: van der Waals-Gas (mündlich, 7 Punkte)

Reale Gase unterscheiden sich vom idealen Gas dadurch, dass die Teilchen ein endliches Volumen ausfüllen. Dies wird im Modell des van der Waals-Gases berücksichtigt. Die zugehörigen Zustandsgleichungen lauten

$$p = \frac{N\,k_B\,T}{V - N\,b} - \frac{N^2\,a}{V^2} \qquad \text{und} \qquad U = C_V\,T - \frac{a\,N^2}{V}\ ,$$

wobei a, b und C_V Materialkonstanten sind.

Betrachten Sie für das CO_2-Gas (molare Masse $m = \frac{44\ \text{kg}}{\text{kmol}}$) thermodynamische Zustandsänderungen im Rahmen des van der Waals-Modells.

Im Ausgangszustand befinde sich 1 kg des CO_2-Gases bei der Temperatur $T_1 = 20\ °\text{C}$ in einem Volumen $V_1 = 0{,}5\ \text{m}^3$. Der Endzustand mit der Temperatur $T_2 = T_1 = 20\ °\text{C}$ und dem Volumen $V_2 = 1\ \text{m}^3$ werde

a) durch eine isotherme Expansion

b) durch eine isobare Expansion und anschließende isochore Abkühlung

c) durch eine isochore Abkühlung und anschließende isobare Expansion

erreicht. Skizzieren Sie die drei Prozesse in einem $p - V$-Diagramm und berechnen Sie jeweils die geleistete Arbeit W und die zugeführte Wärme Q. Alle betrachteten Prozesse sollen reversibel verlaufen.

Zahlenwerte: $N^2\,a = n^2 \cdot 36{,}4932 \cdot 10^{-2}\,\frac{\text{Pa}\,\text{m}^6}{\text{mol}^2}\ , \qquad N\,b = n \cdot 0{,}43 \cdot 10^{-4}\,\frac{\text{m}^3}{\text{mol}}\ ,$

$$C_V = n \cdot 27{,}614\,\frac{\text{J}}{\text{mol K}} \quad \text{mit} \quad n = \text{Zahl der Mole.}$$

Aufgabe 19: Entropie (mündlich, 3 Punkte)

Zwei Eisenwürfel einer Masse m von je 1 kg mit den Temperaturen $T_1 = 100\ °\text{C}$ und $T_2 = 0\ °\text{C}$ berühren sich längs einer Würfelfläche; sie sind sonst nach außen völlig wärmeisoliert. Zeigen Sie, dass dem eintretenden Wärmeaustausch (der nicht reversibel ist) eine Zunahme der Entropie $\Delta\,S$ des Systems entspricht und berechnen Sie diese!

(Spezifische Wärmekapazität von Fe: $c_P = 0{,}46\ \text{J/gK}$)