

Aufgabe 25: Wärmeströme**(schriftlich, 6 Punkte)**

Ein würfelförmiger Behälter habe ein Innenvolumen von 1 m^3 . Seine Wände haben eine Isolierschicht von $l = 5 \text{ cm}$ Dicke mit einer Wärmeleitfähigkeit (Wärmeleitzahl) λ . Eine Heizleistung von $P = 250 \text{ W}$ wird benötigt, um das Wasser bei einer Umgebungstemperatur von $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ auf einer Temperatur von $T_2 = 90 \text{ }^\circ\text{C}$ zu halten.

- Wie groß ist die Wärmeleitfähigkeit der Isolierschicht? (Der spezielle Temperaturverlauf entlang der Würfelkanten soll dabei nicht berücksichtigt werden.)
- Wie sinkt die Wassertemperatur $T(t)$ zeitlich ab, wenn die Heizung abgestellt wird? Wie lange dauert es, bis die Temperatur auf $55 \text{ }^\circ\text{C}$ abgesunken ist? (Die Wärmekapazität der Isolierschicht soll vernachlässigt werden.)

Hinweis: $c = 4,186 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$.

Aufgabe 26: Zustandsgleichungen**(schriftlich, 3 Punkte)**

Zwei Systeme, deren innere Energie $U(T)$ nur von der Temperatur und nicht vom Volumen abhängt, sollen den Zustandsgleichungen

i) $pV^2 = ANk_B T$

ii) $p^2 V = BNk_B T$

genügen. Dabei sind A und B Konstanten. Welches dieser Systeme ist nicht im Einklang mit den Hauptsätzen der Thermodynamik?

Hinweis: Beachten Sie, dass allgemein

$$\left. \frac{\partial U}{\partial V} \right|_T + p = T \left. \frac{\partial p}{\partial T} \right|_V$$

gelten muss (vgl. Aufgabe 23).

Aufgabe 27: Elektronengas**(mündlich, 6 Punkte)**

Viele thermodynamische Eigenschaften von Festkörpern lassen sich gut im Modell eines Elektronengases beschreiben. Unter Berücksichtigung quantenmechanischer Effekte ergibt sich in diesem Modell die innere Energie bei niedrigen Temperaturen zu

$$U(S, V) = a \frac{N^{\frac{5}{3}}}{V^{\frac{2}{3}}} + b \frac{S^2}{V^{\frac{2}{3}} N^{\frac{1}{3}}}.$$

Dabei sind a und b positive Konstanten, die von der Elektronenmasse, dem Planck'schen Wirkungsquantum und der Boltzmannkonstante abhängen.

- a) Berechnen Sie aus $U(S, V)$ die freie Energie $F(T, V)$ des Gases.
- b) Bestimmen Sie den Druck $p(T, V)$ und die Wärmekapazität C_V . Wie verhalten sich diese Größen bei $T \rightarrow 0$?

Aufgabe 28: van der Waals-Gas

(mündlich, 5 Punkte)

Ein reales Gas werde durch die van der Waals-Zustandsgleichung

$$\left(p + \frac{N^2 a}{V^2}\right) (V - N b) = N k_B T$$

beschrieben (vgl. Aufgabe 18).

- a) Skizzieren Sie $p(V)$ bei verschiedenen Temperaturen.
- b) Berechnen Sie die kritischen Größen V_c , p_c und T_c , bei denen

$$\frac{\partial p}{\partial V} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 p}{\partial V^2} = 0$$

sind. Wie groß ist die kritische Konstante

$$K_c = \frac{N k_B T_c}{p_c V_c} ?$$