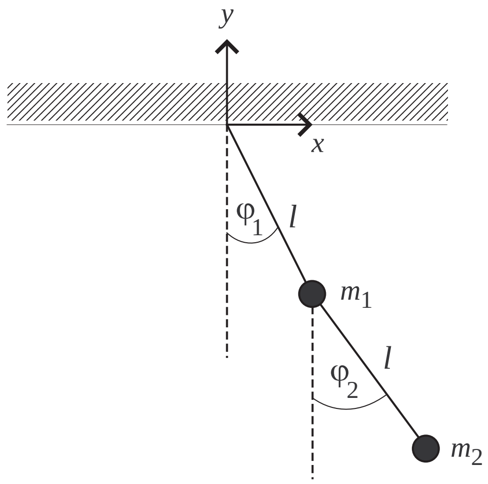
2. Übung Theoretische Ergänzungen zur Physik II (SS 2014) **Prof. Rohlfing**

Abgabedatum: Di, 06.05.2014, Besprechung: 12./13.05.2014

10:30 Uhr, Briefkasten neben IG 1-85

Aufgabe 3: Ebenes Doppelpendel (schriftlich, 10 Punkte)



a) Stellen Sie für das abgebildete Doppelpendel mit $m_1 = m_2 = m$ die Lagrange-Funktion in Abhängigkeit der Koordinaten $q_1 = \varphi_1$, $\dot{q}_1 = \dot{\varphi}_1$, $q_2 = \varphi_2$, $\dot{q}_2 = \dot{\varphi}_2$ auf. Das Pendel bewege sich unter dem Einfluss der Schwerkraft.

b) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen und zeigen Sie, dass diese im Fall kleiner Auslenkungen ($\cos\varphi \approx 1$, $\sin\varphi \approx \varphi$, $\dot{\varphi}^2\,\varphi \approx 0$) die Form

$$2\,\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + 2\,\frac{g}{l}\,q_1 = 0$$

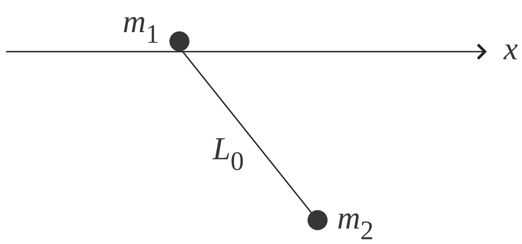
$$\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + \frac{g}{l}\,q_2 = 0$$

annehmen.

c) Lösen Sie die gekoppelten Bewegungsgleichungen für kleine Auslenkungen mit Hilfe des Ansatzes $q_j = A_j\,e^{i\,\omega\,t}\,(j = 1,\,2)$. Berechnen Sie die Schwingungsfrequenzen ω der beiden resultierenden Normalschwingungen.

Aufgabe 4: Gleitende Hantel (mündlich, 10 Punkte)

Betrachten Sie die gleitende Hantel aus Aufgabe 1 b) und lösen Sie die Lagrange'schen Bewegungsgleichungen, wobei Sie als eine der generalisierten Koordinaten die Position x des oberen Massenpunktes verwenden. Beschränken Sie sich auf Bewegungen in der Zeichenebene.



a) Zeigen Sie, dass (bei kleinen Auslenkungswinkeln) das Pendel harmonische Schwingungen in der Zeichenebene ausführen kann, die aber an die Translation in x-Richtung gekoppelt sind. Bestimmen Sie die beiden auftretenden Bewegungsmoden .

b) Zeigen Sie, dass x zyklische Variable ist. Wie lautet der zugehörige Impuls? Zeigen Sie, dass er konstant ist, und dass sich daher der Schwerpunkt des Pendels mit konstanter Geschwindigkeit in x-Richtung bewegt.

c) Welche Bewegung ergibt sich in a) für $m_1 \to \infty$?