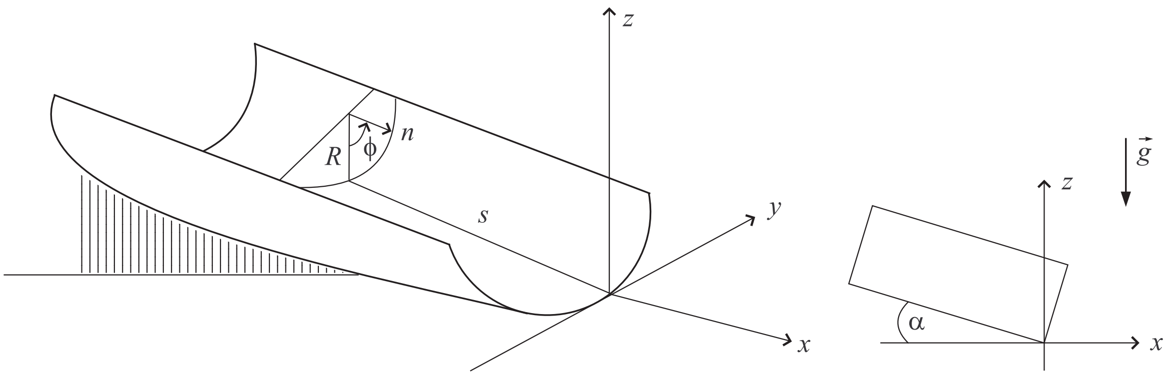
5. Übung Theoretische Ergänzungen zur Physik II (SS 2014) **Prof. Rohlfing**
Abgabedatum: Di, 24.06.2014, Besprechung: 30.06./01.07.2014
10:30 Uhr, Briefkasten neben IG 1-85

Aufgabe 11: Geneigte Rinne im Schwerefeld der Erde **(schriftlich, 5 Punkte)**

Beschreiben Sie die Bewegung eines Massenpunktes m, der reibungsfrei in einer um den Winkel α gegen die Horizontale geneigten Rinne mit halbkreisförmigem Querschnitt (Radius R) gleitet (vgl. Skizze).



a) Wie viele Freiheitsgrade besitzt das System? Stellen Sie die Lagrange-Funktion in den symmetrieangepassten Koordinaten auf.

b) Wie sieht die Hamilton-Funktion für das System aus?

c) Leiten Sie die Hamilton'schen Bewegungsgleichungen her. Kann der Massenpunkt die Rinne seitlich verlassen ($\varphi(t) > 90°$), falls er sich zur Zeit $t = 0$ in Ruhe befindet und $\varphi(0) < 90°$ ist? Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für kleine Amplituden.

Aufgabe 12: Teilchen im oszillierenden Feld **(mündlich, 10 Punkte)**

Ein Teilchen der Masse m bewege sich in x-Richtung im zeitabhängigen Potential

$$V(x, t) = -f_0 \, x \sin(\omega t + \phi)$$

mit konstanter Antriebsfrequenz ω und konstanter Phase ϕ. Zur Zeit $t = 0$ sei $x(0) = 0$ und $v(0) = 0$.

a) Geben Sie die Lagrange-Funktion des Teilchens an.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Euler-Lagrange-Gleichungen die Bewegungsgleichungen des Teilchens.

c) Geben Sie die Hamilton-Funktion an und bestimmen Sie die zugehörigen Hamilton-Gleichungen.

d) Bestimmen Sie unter Anwendung der Anfangsbedingung die Geschwindigkeit $v(t)$ des Teilchens aus der Hamilton-Gleichung für $p(t)$.

e) Bestimmen Sie unter Anwendung der Anfangsbedingung die momentane Position $x(t)$ des Teilchens aus der Hamilton-Gleichung für $x(t)$.

f) Skizzieren und charakterisieren Sie $x(t)$ für die verschiedenen Phasen $\phi = 0$, $\phi = \dfrac{\pi}{2}$ und $\phi = \pi$.

g) Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit das Teilchen permanent driftet, d. h. sich mit der Zeit entweder nach $-\infty$ oder $+\infty$ bewegt?

h) Begründen Sie für den Fall $\phi = 0$ anhand der Lösung für $v(t)$, warum das Driften des Teilchens überhaupt möglich ist.

i) Bestimmen Sie die Gesamtenergie des Teilchens und diskutieren Sie deren Verhalten als Funktion der Zeit t.

Aufgabe 13: Zylinderkoordinaten (schriftlich, 5 Punkte)

Die potentielle Energie eines Teilchens der Masse m sei in Zylinderkoordinaten (ρ, φ, z) formuliert:

$$V(\rho) = V_0 \ln \frac{\rho}{\rho_0}\,, \qquad V_0 = \text{const.}\,, \qquad \rho_0 = \text{const.}$$

a) Wie lautet die Hamilton-Funktion?

b) Stellen Sie die Hamilton'schen Bewegungsgleichungen auf.

c) Bei diesem Problem sind drei physikalische Größen Erhaltungsgrößen, d. h. zeitlich konstant. Welche?