**Übungen zur Physik II: Blatt 3 SS 2017 Vorlesung: Prof. Kappes/Prof. Krüger**
**Ausgabe: 05.05.2017, Abgabe: 10.05.2017 Übungen: Dr. Kovařík**

**Aufgabe 7: Mathematische Hilfsmittel: Vollständiges Differential (mündlich, 6 Punkte)**

Bei thermodynamischen Prozessen sind die geleistete Arbeit und die umgesetzte Wärme im Allgemeinen nicht nur vom Anfangs- und Endzustand des Systems abhängig, sondern auch von der Art der Prozessführung. Mathematisch bedeutet dies, dass die infinitesimalen Änderungen der Arbeit $\delta W$ und der Wärme $\delta Q$ keine vollständigen (totalen) Differentiale sind. In dieser Übungsaufgabe sollen die Eigenschaften von vollständigen und unvollständigen Differentialen genauer betrachtet werden.

a) [1 Punkt] Berechnen Sie für die Funktion $f\,(x,\,y) = 3\,x^2\,y^3 + 2\,y^2$ das vollständige Differential

$$d\,f\,(x,\,y) = \frac{\partial\,f\,(x,\,y)}{\partial\,x}\,d\,x + \frac{\partial\,f\,(x,\,y)}{\partial\,y}\,d\,y := \left.\frac{\partial\,f}{\partial\,x}\right|_y d\,x + \left.\frac{\partial\,f}{\partial\,y}\right|_x d\,y$$

b) [1 Punkt] Gegeben sei das Differential $\delta\,f\,(x,\,y) = a\,(x,\,y)\,d\,x + b\,(x,\,y)\,d\,y$. Welche Bedingungen müssen $a\,(x,\,y)$ und $b\,(x,\,y)$ erfüllen, damit $\delta\,f$ ein vollständiges Differential ist?

c) [2 Punkte] Überprüfen Sie für die Differentiale $\delta\,f\,(x,\,y)$:

i) $\delta\,f = y\,d\,x + x\,d\,y$

ii) $\delta\,f = y\,d\,x - x\,d\,y$

iii) $\delta\,f = 2\,x\,y\;d\,x$

iv) $\delta\,f = x^2\,d\,x$

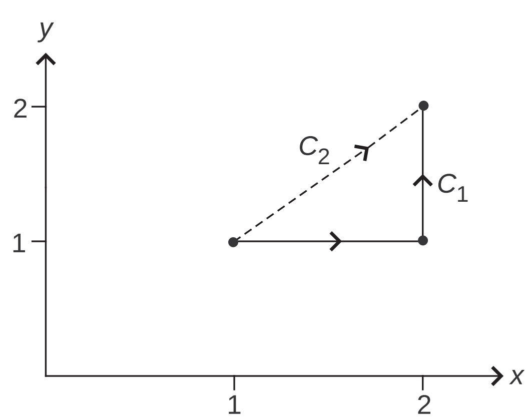
ob es sich um vollständige Differentiale handelt. Berechnen Sie gegebenfalls $f\,(x,\,y)$.

d) [2 Punkte] Sei $\displaystyle\int_{(x_0,\,y_0)}^{(x_1,\,y_1)} \delta\,f$ das Integral entlang eines Weges $C$, der vom Punkt $(x_0,\,y_0)$ zum Punkt $(x_1,\,y_1)$ führt. Prüfen Sie für

i) $\delta\,f = (x^2 - y)\,d\,x + x\,d\,y$

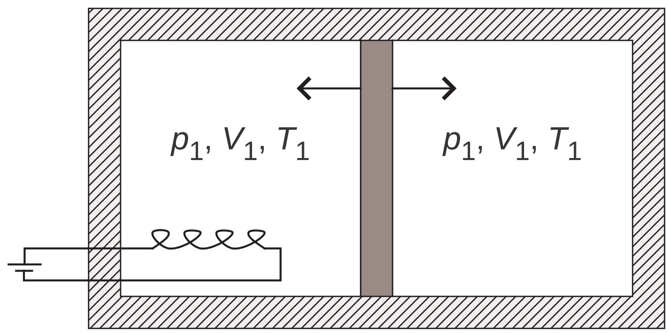
ii) $\delta\,f = \dfrac{1}{x^2}\left\{(x^2 - y)\,d\,x + x\,d\,y\right\}$

ob das jeweilige Integral vom Weg abhängt. Bestimmen Sie für beide Differentiale das Integral $I$ entlang der Wege $C_1$ und $C_2$, die von (1, 1) nach (2, 2) führen.



**Aufgabe 8: Druckänderung (mündlich, 6 Punkte)**

Ein Behälter, der gegen Wärmeverlust isoliert ist, enthält in der Mitte eine verschiebbare, thermisch isolierte Wand. Links und rechts von dieser Wand befinden sich jeweils 1 Mol eines monoatomaren idealen Gases bei $T_1 = 0$ °C und $p_1 = 1{,}01325 \cdot 10^5$ N/m$^2$. Das Gas wird in der linken Kammer mit Hilfe eines Heizwiderstandes so lange erwärmt, bis der Druck des Gases in der rechten Kammer den doppelten Wert des Ausgangsdruckes angenommen hat.




a) [2 Punkte] Wie groß ist das Ausgangsvolumen $V_1$?

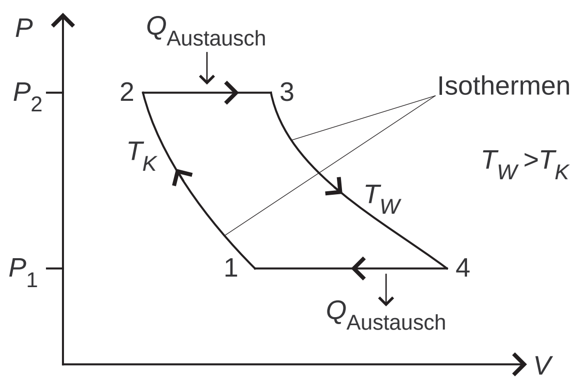
b) [4 Punkte] Berechnen Sie die Endtemperatur, das Endvolumen, die aufgenommene Wärme und die geleistete Arbeit

   i) in der rechten Kammer

   ii) in der linken Kammer.

**Aufgabe 9: Kreisprozess (schriftlich, 8 Punkte)**

Ein ideales Gas durchlaufe den skizzierten Kreisprozess reversibel. Bei diesem sogenannten Ericsson-Prozess werden isotherme und isobare Zustandsänderungen durchgeführt, wobei die während der isobaren Kompression bzw. Expansion umgesetzten Wärmen gegeneinander ausgetauscht werden.




a) [4 Punkte] Berechnen Sie die während der einzelnen Prozessschritte anfallenden Arbeiten und Wärmen sowie die Änderungen der inneren Energie.

b) [4 Punkte] Stellen Sie eine Bilanz von $W$, $Q$ und $\Delta U$ für den Kreisprozess auf und geben Sie den Wirkungsgrad als Funktion der Temperaturen $T_K$ und $T_W$ an.