Aufgabe 10: Funktionalrelation **(schriftlich, 7 Punkte)**

a) [3 Punkte] Gegeben sei die Funktionalrelation $g(x, y, z) = 0$. Dann lässt sich eine der Variablen als Funktion der beiden anderen auffassen: $z(x, y)$ oder $y(x, z)$ oder $x(y, z)$. Zeigen Sie, dass folgende Beziehungen gelten:

$$\text{i)} \quad \frac{\partial z}{\partial x}\Big|_y = \frac{1}{\frac{\partial x}{\partial z}\big|_y}\,, \qquad \text{ii)} \quad \frac{\partial x}{\partial y}\Big|_z \cdot \frac{\partial y}{\partial z}\Big|_x \cdot \frac{\partial z}{\partial x}\Big|_y = -1$$

Hinweis: Betrachten Sie $x(y, z)$ sowie $z(x, y)$ und setzen Sie das Differential dx in das Differential dz ein. Bringen Sie den resultierenden Term in die Form $a\,dz = b\,dy$ und nutzen Sie aus, dass dz und dy unabhängig voneinander sind.

b) [4 Punkte] Die Zustandsgleichung $p(V, T)$ eines Systems sei bekannt. Verwenden Sie die Resultate aus a), um die isotherme Kompressibilität

$$\kappa = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial p}\Big|_T$$

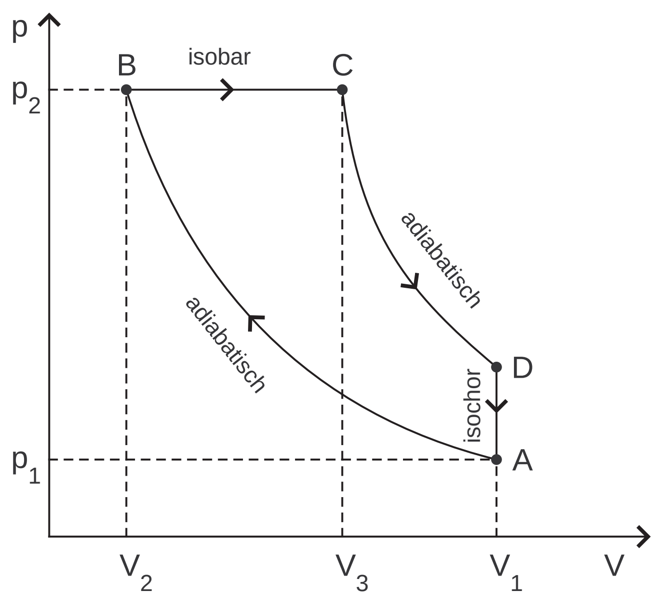
und die isobare thermische Volumenausdehnung

$$\gamma = \frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T}\Big|_p$$

durch die partiellen Ableitungen von p nach V und T auszudrücken. Bestimmen Sie κ undγ für das ideale Gas mit $pV = N\,k_B\,T$.

Aufgabe 11: Dieselzyklus **(schriftlich, 6 Punkte)**

Ein idealisierter Dieselmotor lässt sich durch folgenden Kreisprozess beschreiben:



Die Arbeitssubstanz sei ein ideales einatomiges Gas. Geben Sie für jeden der vier Teilschritte die Änderung der inneren Energie, die Arbeit und die Wärme an. Bestimmen Sie den Wirkungsgrad.

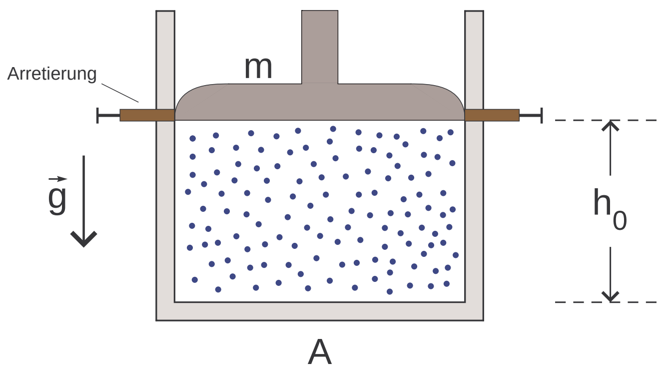
Aufgabe 12: Irreversibler Prozess bei Volumenänderung (mündlich, 7 Punkte)

Ein thermisch isolierter, mit einem idealen Gas der Temperatur T_0 gefüllter Zylinder mit Querschnitt A ist durch einen in der Höhe h_0 über dem Zylinderboden arretierten Kolben mit Masse m verschlossen.

a) [3 Punkte] Bestimmen Sie die Temperatur T des Gases sowie die Höhe h des Kolbens im Gleichgewicht, nachdem die Arretierung gelöst wurde. Verknüpfen Sie dazu die Änderung der inneren Energie des Gases mit der Änderung der potentiellen Energie des Kolbens. Warum kann man bei der Berechnung nicht die Adiabatengleichung verwenden?

b) [2 Punkte] Berechnen Sie die dabei auftretende Entropieänderung ΔS.

c) [2 Punkte] Zeigen Sie, dass $\Delta S \geq 0$ ist.



Hinweis: Im Ergebnis aus Teil b) können Sie

$$x = \frac{m\,g\,h_0}{N\,k_B\,T_0}$$

substituieren und dann zeigen, dass das Argument des natürlichen Logarithmus größer als Eins ist.