

**Aufgabe 13: Kritische Werte des van der Waals-Gases (mündlich, 5 Punkte)**

- a) [4 Punkte] Zeigen Sie anhand der van der Waals'schen-Zustandsgleichung, dass die kritischen Werte für Temperatur und Druck durch

$$T_c = \frac{8a}{27bR}, \quad p_c = \frac{a}{27b^2}$$

gegeben sind.

*Hinweis:* Nutzen Sie aus, dass die  $p$ - $V$ -Kurve am kritischen Punkt einen Sattelpunkt hat, so dass die ersten beiden Ableitungen Null sind.

- b) [1 Punkt] Ermitteln Sie  $a$  und  $b$  für  $\text{CO}_2$  aus den gemessenen Werten  $T_c = 304,25 \text{ K}$  und  $p_c = 73,9 \text{ bar}$ .

**Aufgabe 14: Clausius-Zustandsgleichung (schriftlich, 8 Punkte)**

Die thermische Zustandsgleichung eines realen Gases sei (alternativ zur van der Waals-Gleichung) gegeben durch

$$\left( p + \frac{an^2}{T(V+nc)^2} \right) (V - nb) = nRT.$$

Es seien  $n = N/N_a$  die Zahl der Mole,  $R$  die allgemeine Gaskonstante und  $a$ ,  $b$  und  $c$  Materialkonstanten.

- a) [3 Punkte] Bestimmen Sie aus der Virialentwicklung nach der Teilchendichte  $\rho = N/V$ ,

$$p = k_B T \rho \left( 1 + \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{\nu} \rho^{\nu} \right),$$

den ersten Koeffizienten  $B_1$ . Bestimmen Sie die Boyle-Temperatur  $T_B$ , die durch  $B_1(T_B) = 0$  definiert ist und die Temperatur angibt, bei der das Gas unter guter Näherung als ein ideales Gas anzusehen ist.

- b) [4 Punkte] Setzen Sie für das oben definierte Clausius-Gas

$$\left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T = 0 \quad \text{und} \quad \left( \frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_T = 0$$

und bestimmen Sie daraus die kritische Temperatur  $T_c$  und die kritische Teilchendichte  $\rho_c$ . Mit Hilfe der Zustandsgleichung bestimmen Sie dann den kritischen Druck  $p_c$ .

- c) [1 Punkt] Vergleichen Sie die Boyle-Temperatur  $T_B$  mit der kritischen Temperatur  $T_c$  und diskutieren Sie das Ergebnis.

**Aufgabe 15: Dampfdruckkurve****(schriftlich, 8 Punkte)**

Die molare Verdampfungswärme von Wasser hat in guter Näherung die Form

$$\Lambda = Q_{\text{Ver}} = A - B \cdot T ,$$

wobei

$$A = 58,61 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \quad \text{und} \quad B = 48,22 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

sind.

Berechnen Sie, ausgehend von der Clausius-Clapeyron'schen Gleichung, die Dampfdruckkurve  $p(T)$  von Wasser. Vernachlässigen Sie dabei das molare Volumen der flüssigen Phase, d. h.  $V_{\text{gas}} - V_{\text{fl}} \approx V_{\text{gas}}$ , und behandeln Sie den Dampf wie ein ideales Gas.

Bei  $T_0 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$  betrage der Druck

$$p(T_0) = 1,01325 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} .$$

Wie groß ist der Dampfdruck bei  $40 \text{ }^\circ\text{C}$ ? Skizzieren Sie  $p(T)$ .

*Hinweis:* Die Differentialgleichung für den Druck  $p(T)$  lässt sich z. B. durch Trennung der Variablen lösen.