

Aufgabe 18: Entropieänderung

(mündlich, 6 Punkte)

In einem Dewar-Gefäß (mit Hilfe eines Vakuumvolumens thermisch isoliertes Gefäß) befinden sich 50 g Wasser mit einer Temperatur von 20 °C. Ein Stück Aluminium ($m = 200$ g) mit einer Temperatur von 100 °C wird in das Wasser gelegt.

- [2 Punkte] Welche Mischungstemperatur ergibt sich im thermischen Gleichgewicht?
- [4 Punkte] Wie groß ist die Entropieänderung des Aluminiums, des Wassers und des Systems Aluminium + Wasser?

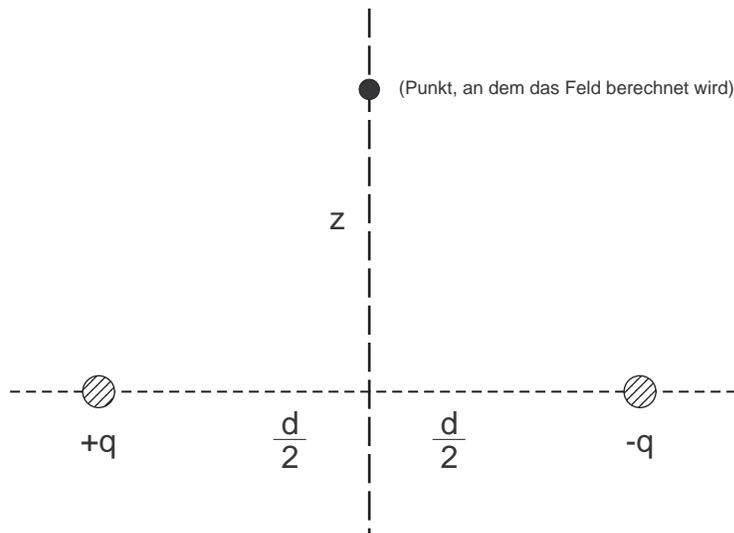
Der Druck bleibt bei der Temperatur- und Entropieänderung konstant. Die spezifische Wärme c_p von Aluminium beträgt 900 J/(kg K), die von Wasser 4.190 J/(kg K). (Die spezifische Wärme entspricht der auf die Masse bezogenen Wärmekapazität.)

Aufgabe 19: Elektrisches Feld eines Dipols

(schriftlich, 6 Punkte)

Zwei Ladungen $+q$ und $-q$ sind in einem Abstand d voneinander platziert (siehe Abbildung).

- [4 Punkte] Bestimmen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(z)$ auf der Achse, die durch die Mitte zwischen den Ladungen verläuft (siehe Abbildung).
- [2 Punkte] Wie sieht das Feld in einer großen Entfernung ($z \gg d$) aus?



Aufgabe 20: Mathematische Hilfsmittel: Deltafunktion**(schriftlich, 8 Punkte)**

a) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\text{i) [1 Punkt]} \quad \int_{-1}^4 (x^3 + 2x - 2) \delta(x - 2) dx ,$$

$$\text{ii) [1 Punkt]} \quad \int_{-\infty}^{\infty} (x^2 + 3) \delta(-4x) dx ,$$

$$\text{iii) [1 Punkt]} \quad \int_2^{10} x^2 \delta(x^2 - 6x + 5) dx ,$$

$$\text{iv) [1 Punkt]} \quad \int_{\mathbb{R}^3} (3r^2 - \vec{r} \cdot \vec{r}_0) \delta\left(\frac{1}{2}(\vec{r} - \vec{r}_0)\right) d^3 r .$$

b) Überzeugen Sie sich davon, dass sich die Deltafunktion durch

$$g_\varepsilon(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\varepsilon} e^{-\frac{x^2}{\varepsilon^2}}$$

darstellen lässt. Zeigen Sie dazu, dass die folgenden Beziehungen gelten:

$$\text{i) [2 Punkte]} \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} g_\varepsilon(x) = 0 \quad \text{für } x \neq 0 ,$$

$$\text{ii) [2 Punkte]} \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_a^b g_\varepsilon(x) f(x) dx = \begin{cases} f(0) & \text{für } a < 0 < b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

Hinweise:

- bei i) gilt:

$$\frac{1}{\varepsilon} e^{-\frac{x^2}{\varepsilon^2}} = \left(\varepsilon e^{\frac{x^2}{\varepsilon^2}} \right)^{-1} .$$

Nutzen Sie zur Grenzwertberechnung die Reihendarstellung der Exponentialfunktion aus.

- bei ii) können Sie den erweiterten Mittelwertsatz der Integralrechnung ausnutzen:

$$\int_a^b h(x) f(x) dx = f(\tilde{x}) \int_a^b h(x) dx \quad \text{mit } \tilde{x} \in [a, b] .$$