

**Aufgabe 26: Expansion des freien Elektronengases (mündlich, 6 Punkte)**

Betrachten Sie ein freies Elektronengas aus  $N$  Elektronen in einem Volumen  $V_0$ . Das Gas habe anfänglich die Temperatur  $T_0 = 0$  K. Nun vergrößere sich das Volumen des Gases um  $\Delta V$  (mit  $\Delta V \ll V_0$ ).

Untersuchen Sie, ob (und ggfs. um wieviel) sich die Temperatur des Elektronengases ändert.

**Aufgabe 27: Zweidimensionales Bosegas (mündlich, 6 Punkte)**

Betrachten Sie ein zweidimensionales wechselwirkungsfreies Quantengas mit  $N$  freien Bosonen pro Fläche  $A$ . Die Teilchen mögen quadratische Energiedispersion aufweisen; ihr Spin sei Null.

Bestimmen Sie die mittlere Teilchenzahl in Abhängigkeit der Fugazität  $z = e^{\beta\mu}$ .

Untersuchen Sie, ob in diesem System Bose-Einstein-Kondensation auftritt, und bestimmen Sie ggfs. die Übergangstemperatur.

**Aufgabe 28: Bosegas mit linearer Dispersion (schriftlich, 8 Punkte)**

Betrachten Sie ein Bosegas (freie Teilchen; Spin = 0) mit linearer Dispersionsrelation,  $E(\mathbf{k}) = ck$ .

Bestimmen Sie die mittlere Teilchenzahl in Abhängigkeit der Fugazität  $z = e^{\beta\mu}$ .

Untersuchen Sie, ob Bose-Einstein-Kondensation auftreten kann, und bestimmen Sie ggfs. die Übergangstemperatur. Führen Sie die Untersuchung in drei und in zwei Dimensionen durch.

*Hinweise (Riemann'sche Zetafunktion):*

$$\frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{x^2}{e^x - 1} dx = \zeta(3) \approx 1,202, \quad \int_0^\infty \frac{x}{e^x - 1} dx = \zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}.$$