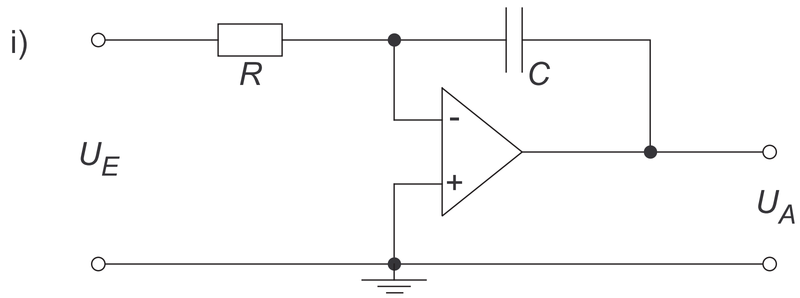
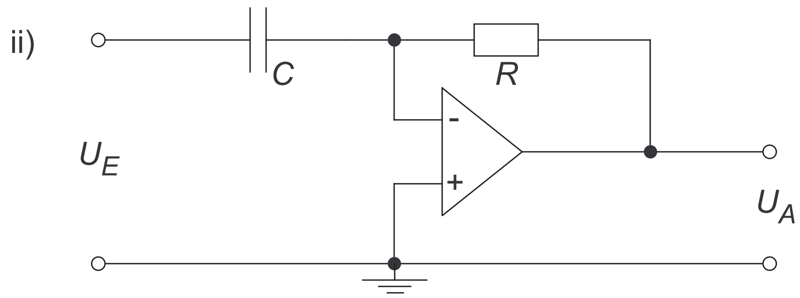
Aufgabe 1: Operationsverstärker

a) Berechnen Sie die Übertragungseigenschaften $U_A(\omega)/U_E(\omega)$ der beiden Schaltungen mit (idealen) Operationsverstärkern.

b) Welche der Schaltungen wirkt als Differenzierglied, welche als Integrationsglied?

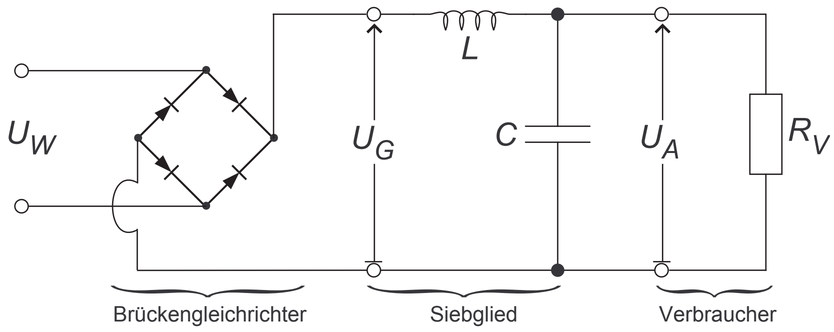
Berechnen Sie dazu unter Verwendung der Kirchhoff'schen Regeln die Ausgangsspannung $U_A(t)$ in Abhängigkeit von der beliebigen (d. h. im Allgemeinen nichtperiodischen) Eingangsspannung.





Aufgabe 2: Brückengleichrichter

Eine Wechselspannung $U_W(t) = u_0 \sin(\omega_0 t)$ soll gleichgerichtet und so „gesiebt“ werden, dass die verbleibenden Spannungsschwankungen möglichst klein sind. Hierzu wird der unten dargestellte Brückengleichrichter (sog. GRAETZ-Schaltung) mit einem LC-Glied verbunden.



a) Überzeugen Sie sich davon, dass der Spannungsverlauf $U_G(t)$ am Ausgang des Gleichrichters durch

$$U_G(t) = u_0 \,|\sin(\omega_0 t)|$$

gegeben ist. (Hierbei wird der Spannungsabfall an den Dioden vernachlässigt.) Stellen Sie diesen Spannungsverlauf als Fourier-Reihe

$$U_G(t) = \sum_n U_n \cos(n\,\omega_0 t) = \mathrm{Re}\left\{\sum_n U_n \,\mathrm{e}^{i\,n\,\omega_0\,t}\right\}$$

dar und geben Sie die U_n an (vgl. Physik I, Aufgabe 78 b). Wie groß ist der Gleichspannungsanteil U_0? Welches ist die kleinste auftretende Frequenz?

b) Berechnen Sie das Übertragungsverhalten U_A/U_G des skizzierten Siebgliedes. Hierbei ist der Verbraucher R_V zu berücksichtigen. Zur Abschätzung der verbleibenden Spannungsschwankungen („Restwelligkeit“) betrachten wir in der Fourier-Reihe nur den Term mit der kleinsten Frequenz $n\,\omega_0 \neq 0$. Wie groß ist die relative „Restwelligkeit“ U'_2/U'_0 der Ausgangsspannung

$$U_A(t) = \mathrm{Re}\left\{\sum_n U'_n \,\mathrm{e}^{i\,n\,\omega_0\,t}\right\} = \sum_n |U'_n| \cos(n\,\omega_0\,t + \varphi_n)$$

für die Netzfrequenz 50 s^{-1} bei Verwendung eines Kondensators der Kapazität $C = 10$ mF und einer Spule mit der Induktivität $L = 10$ mH

i) im „Leerlaufbetrieb“ ($R_V \to \infty$)

ii) für einen Verbraucher mit dem Widerstand $R_V = 10\ \Omega$?

Wie groß ist die Phasenverschiebung φ_2?

Hinweis: Die Fourierkoeffizienten U'_n der Ausgangsspannung $U_A(t)$ ergeben sich mit

$$U'_n = \frac{U_A(n\,\omega_0)}{U_G(n\,\omega_0)}\,U_n\ , \qquad U'_n \in \mathbf{C}$$

aus den Fourierkoeffizienten U_n der gleichgerichteten Spannung $U_G(t)$.

Aufgabe 3: Betatron

Ein Betatron ist eine Maschine, bei der geladene Teilchen in einer Vakuumkammer durch die zeitliche Veränderung eines axialen inhomogenen Magnetfeldes

$$\vec{B}\,(\vec{r},\,t) = B_z\,(r_{\|},\,t)\,\vec{e}_z$$

auf einer Kreisbahn in der x-y-Ebene beschleunigt werden.

a) Wie groß muss der Betrag des Magnetfeldes für $r_{\|} = R$ sein, damit sich ein Teilchen der Ladung q mit der Geschwindigkeit v auf einer Kreisbahn mit Radius R bewegt?

b) Die zeitliche Änderung des Magnetfeldes induziert ein elektrisches Feld, welches auf Grund der Zylindersymmetrie des Magnetfeldes immer tangential zur Kreisbahn ist. Dieses elektrische Feld sorgt für die Beschleunigung des Teilchens. Berechnen Sie $|\vec{E}|$ in Abhängigkeit von dem über die Fläche der Kreisbahn gemittelten Magnetfeld

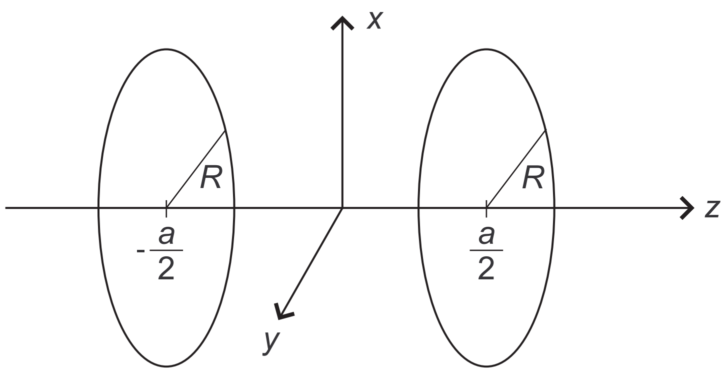
$$\bar{B}\,(t) := \int\limits_{\text{Kreis mit Radius } R} \vec{B}\,(\vec{r},\,t)\cdot d\,\vec{f}/\pi\,R^2$$

unter Verwendung des Induktionsgesetzes.

c) Welche Bedingung muss zwischen dem Magnetfeld $|\vec{B}\,(R,\,t)|$ am Ort der Kreisbahn und $\bar{B}\,(t)$ bestehen, damit sich der Bahnradius R beim Beschleunigen nicht verändert?

Aufgabe 4: Helmholtzspule

Zwei koaxiale kreisförmige Drähte (Radius der Kreise: R) im Abstand a werden vom Strom I in gleicher Richtung durchflossen.



a) Berechnen Sie das $\vec{B}$-Feld auf der z-Achse.

b) Entwickeln Sie den Ausdruck für das $\vec{B}$-Feld um den Mittelpunkt zwischen den Spulen bis zur Ordnung z^2.

c) Welche Beziehung muss zwischen a und R bestehen, damit die z^2-Terme verschwinden? Was bedeutet das Verschwinden der ersten Terme der Entwicklung?