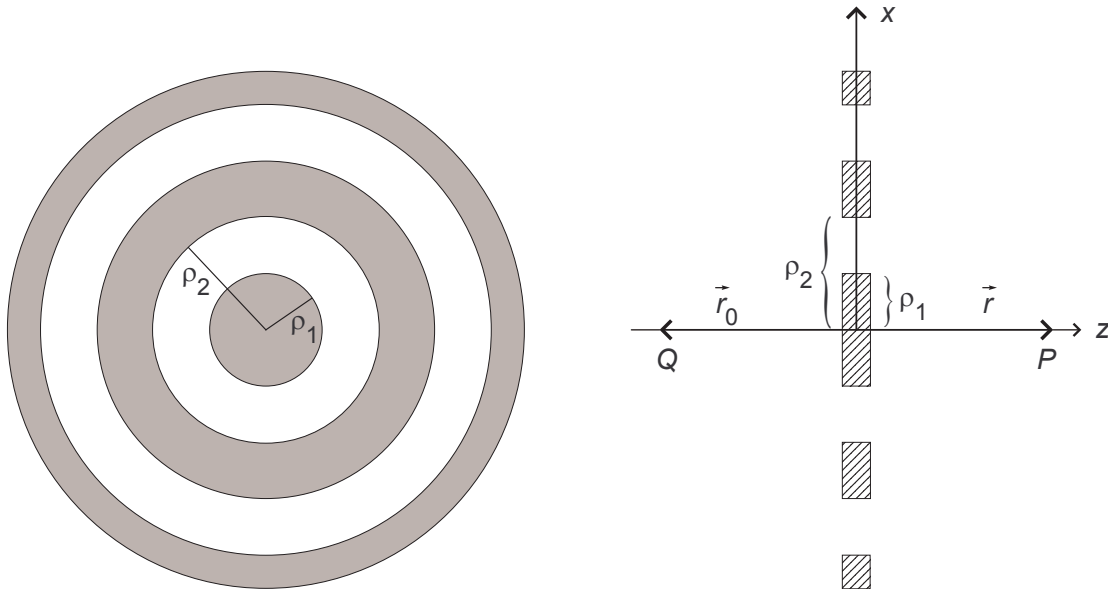


Aufgabe 54: Fresnel'sche Zonenplatte**(schriftlich, 9 Punkte)**

Gegeben sei eine Fresnel'sche Zonenplatte, die aus N Kreisringen mit äußeren bzw. inneren Radien $\rho_j = \sqrt{j \cdot \lambda f}$ besteht (vgl. Skizze). Die dunkel gezeichneten Zonenringe seien lichtundurchlässig. Im Abstand r_0 vor der Platte befinde sich eine Lichtquelle Q , die Licht der Wellenlänge λ abstrahlt.



- a) Berechnen Sie mit Hilfe des Kirchhoff'schen Beugungsintegrals

$$E(\vec{r}) = -i \frac{A k}{4 \pi} \left(\frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{n}}{r_0} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{r} \right) \cdot \frac{e^{i k r}}{r} \frac{e^{i k r_0}}{r_0} \int_{\text{Öffnung}} e^{-i k \phi(x', y')} d f'$$

die Amplitude $E(\vec{r})$ der gebeugten Welle im Punkt P . Da sowohl Q als auch P auf der z -Achse liegen, gilt

$$\frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{n}}{r_0} = -\frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{r} = 1 \quad \text{und} \quad \phi(x', y') = -\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_0} \right) \frac{x'^2 + y'^2}{2}.$$

Hinweis: Führen Sie die Integralauswertung mit Polarkoordinaten (ρ', φ') durch und verwenden Sie bei den Rechnungen die Abkürzungen

$$a := \frac{1}{2} k \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_0} \right) \quad \text{und} \quad b = a \cdot \lambda f.$$

- b) Für welche Abstände r ergeben sich Maxima von $|E(\vec{r})|^2$?

Zeigen Sie, dass diese Abstände r und der Abstand r_0 eine Linsengleichung mit Brennweite f erfüllen.

- c) Berechnen Sie die Intensität

$$I(\vec{r}) = \frac{\varepsilon_0 c}{2} |E(\vec{r})|^2$$

für die in b) bestimmten Abstände ($\hat{=}$ Bildpunkte).

Aufgabe 55: Beugung an einer kreisförmigen Lochblende (mündlich, 10 Punkte)

In der x', y' -Ebene befinde sich eine Blende mit einer kreisförmigen Öffnung, die den Radius R hat.

- a) Berechnen Sie im Rahmen der Fraunhofer-Näherung die Intensitätsverteilung $I(\rho)$ des Beugungsbildes für monochromatisches Licht mit der Wellenlänge λ .

Stellen Sie dazu sowohl x und y als auch x' und y' durch Polarkoordinaten (ρ, φ) bzw. (ρ', φ') dar.

- b) Geben Sie die Lage der ersten vier Minima der Intensität in Abhängigkeit von $\sin \alpha = \frac{\rho}{r}$ an.

- c) Vergleichen Sie Ihr Resultat aus b) mit der Lage der Beugungsminima bei $y = 0$ für eine quadratische Öffnung, die die gleiche Fläche wie der Kreis hat.

Geben Sie dazu die Ergebnisse in Einheiten von $\frac{\lambda}{R}$ an.

Nützliches Integral:

$$\int_0^u \int_{\varphi-2\pi}^{\varphi} e^{-i\tilde{u} \cos \tilde{\varphi}} d\tilde{\varphi} \tilde{u} d\tilde{u} = 2\pi u J_1(u)$$

mit der Besselfunktion $J_1(u)$.

Es gilt:

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{2 J_1(u)}{u} = 1 .$$

Aufgabe 56: Doppler-Effekt (mündlich, 10 Punkte)

- a) Ein mit einer Frequenz von $\nu_0 = 600$ Hz hupendes Auto bewege sich mit einer Geschwindigkeit von $\vec{v} = \left(40 \frac{\text{km}}{\text{h}}, 0, 0\right)$ bei Windstille auf den Beobachter bei $\vec{r} = \vec{0}$ zu.

Welchen Frequenzsprung $\Delta \nu$ bemerkt der Beobachter beim Passieren des Autos? ($c = 330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

- b) Der gleiche Vorgang finde bei einem Sturm statt, der die Luft mit einer Geschwindigkeit von

- 1) $\vec{v}_{\text{Wind}} = \left(100 \frac{\text{km}}{\text{h}}, 0, 0\right)$
- 2) $\vec{v}_{\text{Wind}} = \left(-100 \frac{\text{km}}{\text{h}}, 0, 0\right)$
- 3) $\vec{v}_{\text{Wind}} = \left(0, 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}, 0\right)$

bewegt. Bestimmen Sie jeweils $\Delta \nu$.

Aufgabe 57: Relativistischer Doppler-Effekt**(schriftlich, 7 Punkte)**

In einem System S sei eine Welle mit Ausbreitungsvektor

$$\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{e}_x$$

durch

$$f(\vec{r}, t) = f_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) = f_0 \cos\left(2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

gegeben. Das System S' bewege sich relativ zu S mit $\vec{v} = v \vec{e}_x$. In S' wird die Welle durch

$$f(\vec{r}', t') = f_0 \cos\left(2\pi\nu' \left(t' - \frac{x'}{c'}\right)\right)$$

beschrieben.

- Transformieren Sie die Welle mittels einer Galilei-Transformation von S nach S' .
Bestimmen Sie die Doppler-verschobene Frequenz ν' und die Ausbreitungsgeschwindigkeit c' .
- Führen Sie eine Lorentz-Transformation von S nach S' durch. Berechnen Sie ν' und c' .
- Atome senden elektromagnetische Strahlung mit charakteristischen Wellenlänge aus. Beim Wasserstoffatom beträgt die Wellenlänge λ der sogenannten H_α -Linie 656,3 nm. Die H_α -Linie der Wasserstoffatome auf einem Stern erscheint um 6 nm in den roten Bereich verschoben.
Wie schnell bewegt sich der Stern von der Erde fort?

Aufgabe 58: Addition von Geschwindigkeiten**(schriftlich, 4 Punkte)**

In einem System S wird zur Zeit $t = 0$ vom Punkt $\vec{r} = 0$ aus ein Lichtstrahl unter einem Winkel von 30° zur x -Achse emittiert.

Welchen Winkel misst ein Beobachter, der sich relativ zu S mit $\vec{v}_{\text{rel}} = (0.6c, 0, 0)$ bewegt und sich bei $t' = 0$ am Ort $\vec{r}' = \vec{0}$ befindet, in seinem Ruhesystem S' ?