Aufgabe 40: Totalreflexion **(schriftlich, 11 Punkte)**

Eine ebene Welle

$$\vec{E}\,(\vec{r},\,t) = \mathrm{Re}\left(\vec{E}_0\,\mathrm{e}^{i\,(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega\,t)}\right) \qquad \text{mit} \qquad \vec{E}_0 = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\,(-1,\,0,\,1)$$

trifft unter einem Winkel von 45° auf die Grenzfläche zwischen zwei Medien mit den Brechungsindizes $n = 1,5$ und $n' = 1$. Dabei tritt eine Totalreflexion der Welle auf.

a) Geben Sie die Amplitude $\tilde{\vec{E}}_0$ der reflektierten Welle an. Berechnen Sie

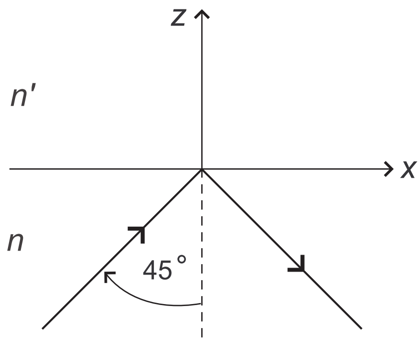
$$\tilde{\vec{E}}\,(\vec{r},\,t) = \mathrm{Re}\left(\tilde{\vec{E}}_0\,\mathrm{e}^{i\,(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega\,t)}\right)\ .$$

b) Zeigen Sie, dass die transmittierte Welle die Form

$$\vec{E}^{\,\prime}\,(\vec{r},\,t) = \mathrm{Re}\left(\vec{E}_0^{\,\prime}\,\mathrm{e}^{i\,(k'\,\sin\varphi'\cdot x-\omega\,t)}\,\mathrm{e}^{-\frac{z}{\beta}}\right)$$

hat. Berechnen Sie β für die Frequenz $\omega = 2\,\pi\cdot 5\cdot 10^{14}\,\frac{1}{s}$.

Hinweis: Verwenden Sie die bei der Diskussion der Fresnel-Formeln in der Vorlesung hergeleiteten Ergebnisse für eine einfallende ebene Welle der Form $\vec{E}_0\,\mathrm{e}^{i\,(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega\,t)}$.

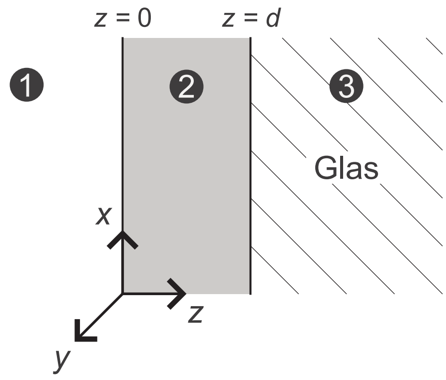


Aufgabe 41: Vergütungsschicht **(mündlich, 12 Punkte)**

Auf die Oberfläche eines Glases mit Brechungsindex n_3 sei eine dünne Schicht mit Brechungsindex n_2 aufgetragen. Diese soll so beschaffen sein, dass ein senkrecht aus dem Medium 1 auftreffendes elektrisches Feld in Form einer ebenen Welle

$$\vec{E}_1 = E_{01}\,\vec{e}_x\,\mathrm{e}^{i\,(k_1\,z-\omega\,t)}$$

ohne Reflexion ins Glas übertritt. Berechnen Sie den Brechungsindex n_2 und die Dicke d dieser Vergütungsschicht in Abhängigkeit von n_1, n_3 und der Wellenlänge λ der einfallenden Welle.

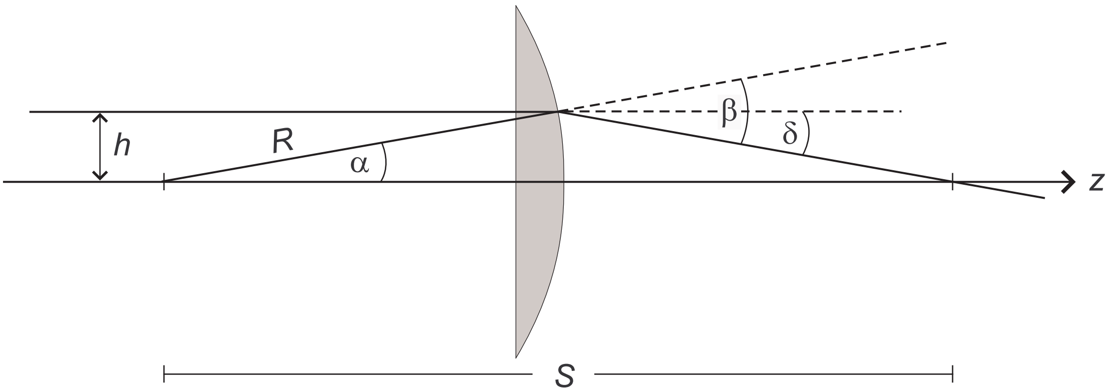


Aufgabe 42: Öffnungsfehler (schriftlich, 9 Punkte)

Auf eine dünne, plankonvexe Linse (Brechzahl n, Krümmungsradius R) treffen Lichtstrahlen achsenparallel auf. Wie hängt der Schnittpunkt der Lichtstrahlen mit der optischen Achse von ihrem ursprünglichen Achsenabstand h ab? Berechnen Sie dazu S.

Da die relevanten Winkel groß werden können, müssen dabei zunächst die exakten Winkelfunktionen benutzt werden und die dann entstehenden Ausdrücke nach der Größe $\frac{h}{R}$ bis zur Ordnung $\left(\frac{h}{R}\right)^2$ entwickelt werden.

Wie groß ist die Abweichung gegenüber der Näherung kleiner Winkel (vgl. Vorlesung)?



Aufgabe 43: gekrümmter Lichtstrahl (mündlich, 8 Punkte)

Beim Diffusionsversuch Glyzerin-Wasser fällt ein Lichtstrahl auf ein schmales, planparalleles Glasgefäß, in dem Glyzerin und Wasser übereinander geschichtet sind. Der Lichtstrahl verläuft in der Mischungsschicht näherungsweise senkrecht zum Brechzahlgradienten gemäß der Gleichung

$$K = \frac{1}{R} \approx \frac{1}{\bar{n}} \left.\frac{d\,n}{d\,x}\right|_{x=0} ,$$

wobei R der Krümmungsradius der Bahn ist und $\bar{n}$ der Mittelwert der Brechzahlen von Glyzerin (n_2) und Wasser (n_1) ist. Auf der Bahn $x\,(z)$ gilt näherungsweise $\frac{1}{R} = \frac{d^2\,x}{d\,z^2}$. Die Brechzahl $n\,(x,\,t)$ hänge linear von der Konzentration $u\,(x,\,t)$ des Glyzerins ab gemäß

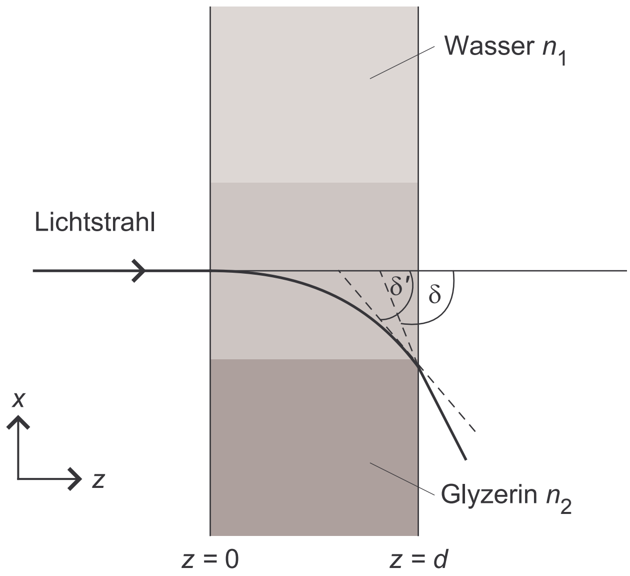
$$n\,(x,\,t) = n_1\,[1 - u\,(x,\,t)] + n_2\,u\,(x,\,t)\ .$$

Die Zeitabhängigkeit des Konzentrationsgradienten $\frac{\partial\,u}{\partial\,x}$ für $x = 0$ ergibt sich aus der Diffusionsgleichung zu

$$\left.\frac{\partial\,u}{\partial\,x}\right|_{x=0} = -\frac{1}{2\,\sqrt{\pi\,D\,t}}$$

(vgl. Temperaturänderung bei Aufgabe 42, Physik 2).

Berechnen Sie die Zeitabhängigkeit des Ablenkwinkels δ' für kleine Winkel δ' und dann den Ablenkwinkel δ unter Berücksichtigung der Brechung beim Austritt aus dem Gefäß. Dabei dürfen Sie annehmen, dass auch die Brechzahl an der Austrittsstelle gleich $\bar{n}$ ist.


Wasser n_1
Lichtstrahl
δ'
δ
x
z
Glyzerin n_2
z = 0
z = d