Übungen zur theoretischen Festkörperphysik I - Zettel 3

Wintersemester 11/12 Abgabe: 29.11.

Aufgabe 8: Phononzustandsdichte (10P)

Wir betrachten folgende Phonon-Dispersionsrelationen für $0 \leq q \leq \frac{\pi}{a}$ für einen akustischen Zweig

$$\omega(\vec{q}) = \omega_D \sin(\frac{qa}{2})$$

und für einen optischen Zweig

$$\omega(\vec{q}) = \omega_0 + \omega_1 \cos(qa)$$

in einem isotropen Festkörper mit der Gitterkonstanten a. Skizzieren Sie die Dispersionsrelationen. Berechnen Sie jetzt die Zustandsdichte $n(\omega)$ in 1, 2 und 3 Dimensionen und skizzieren Sie diese. Wann erhalten Sie Singularitäten in der Zustandsdichte? Benutzen Sie zum Zeichnen ein geeignetes Plot-Programm und setzen Sie $\omega_0 = 1.6\omega_D$ und $\omega_1 = 0.4\omega_D$.

Aufgabe 9: Phonondispersion eines Kreisgitters (2P)

Wir schließen eine einatomige, lineare Kette mit N Atomen der Masse M zu einem Kreis. Zwischen den Atomen wirkt die Kraftkonstante K. Bestimmen Sie die Dispersionsrelation des Kreisgitters mit Hilfe der Bewegungsgleichung

$$M\ddot{u}_n = K\left(u_{n-1} - 2u_n + u_{n+1}\right)$$

und dem Ansatz $u_n = u_0 e^{i(nqa - wt)}$.

Aufgabe 10: Kontinuumslimes der einatomigen linearen Kette (4P)

Die Bewegungsgleichung der einatomigen, linearen Kette ist gegeben durch:

$$M\ddot{u}_n = K\left(u_{n-1} - 2u_n + u_{n+1}\right)$$

Führen Sie den Kontinuumslimes analog zur Vorlesung durch. Was für einen Typ Differentialgleichung erhalten Sie? Geben Sie die Lösung an. Vergleichen Sie anhand der Dispersionsrelation Ihr Ergebnis mit der exakten Dispersionsrelation der linearen Kette.

Aufgabe 11: Optische Schwingungen an Oberflächen (4P)

Wir betrachten einen Halbraum, wobei im Bereich $z \leq 0$ ein Material mit der Dielektrizitätsfunktion $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)/(1 - \omega^2/\omega_{TO}^2)$ und im Bereich $z > 0$ Vakuum mit $\varepsilon(\omega) = 1$ ist. Für Lösungen des elektrischen Feldes $\vec{E} = -\text{grad}\,\phi$ machen wir folgenden Ansatz für das Potential ϕ

$$\phi = \phi_0 e^{-(qx - \omega t)} e^{-\kappa|z|}.$$

Welche Bedingung für κ folgt aus der Laplace-Gleichung $\Delta\Phi = 0$? Berechnen Sie das elektrische Feld in den beiden Halbräumen. Diskutieren Sie die Randbedingungen, dass die Tangential-Komponente von $\vec{E}$ und die Normal-Komponenten von $\vec{D} = \varepsilon(\omega)\vec{E}$ stetig ist. Was ergibt sich daraus für die Oberflächenfrequenz ω_{SO}?