

Aufgabe 59: Wettrennen zwischen Voll- und Hohlzylinder (mündlich, 4 Punkte)

Ein homogener Vollzylinder und ein dünnwandiger Hohlzylinder mit gleicher Masse (1 kg) und gleichem Durchmesser (10 cm) rollen ohne zu gleiten auf einer schiefen Ebene (Neigungswinkel gegen die Horizontale 30°) 2 m weit.

Wie groß ist

- a) die gesamte kinetische Energie (Rotations- und Translationsenergie)
- b) die Translationsgeschwindigkeit

am Ende der Strecke in beiden Fällen?

Berechnen Sie das Weg-Zeit-Gesetz für beide Fälle. Welcher Zylinder kommt eher an?

Aufgabe 60: Drehscheibe (schriftlich, 4 Punkte)

Auf einer mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Scheibe vom Radius R ist längs eines Durchmessers ein Gleis montiert. Jemand schiebt einen Wagen der Masse m von außen bis zum Zentrum. (Die Reibung wird im Weiteren vernachlässigt!)

- a) Welche Arbeit leistet er dabei?
- b) Wie groß ist die Energieänderung des Wagens zwischen dem Rand und dem Zentrum der Scheibe?
- c) Mit welcher Geschwindigkeit würde ein nahe dem Zentrum losgelassener Wagen am Rand ankommen?
- d) Ist seine Bewegung gleichmäßig beschleunigt?
- e) Man koppelt zwei Wagen mit den Massen m_1 und m_2 durch ein (masseloses) Seil der Länge l zusammen. Wo müssen sie stehen, damit sie ohne Bremsvorrichtung nicht wegrollen? Ist das Gleichgewicht stabil?

Aufgabe 61: Bewegung im $1/r^2$ -Potential (mündlich, 4 Punkte)

Ein Körper mit der Masse m bewege sich im attraktiven Zentralpotential

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r^2} \quad \text{mit} \quad \alpha > 0.$$

Berechnen Sie ausgehend vom Energiesatz durch Integration die Bahnkurve $r(\varphi)$ für den Fall $E < 0$ und $L^2 < 2\alpha m$. Welche Bahn ergibt sich für $E = 0$ und $L^2 < 2\alpha m$?

Aufgabe 62: Offene Flugbahn im Gravitationsfeld**(schriftlich, 5 Punkte)**

Ein Körper mit der Masse m bewege sich unter dem Einfluss der Gravitationskraft

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\frac{m M G}{r^3} \vec{r}.$$

Zur Zeit $t = 0$ befinde sich der Körper am zentrumsnächsten Punkt (Perihel) bei $\vec{r}_0 = (\rho_0, 0, 0)$ und habe die Geschwindigkeit $\vec{v}_0 = (0, v_0, 0)$.

- Bestimmen Sie Drehimpuls und Energie in Abhängigkeit von ρ_0 und v_0 .
- Bestimmen Sie die Bahnparameter k und ε in Abhängigkeit von ρ_0 und v_0 . Wie groß muss v_0 bei vorgegebenem ρ_0 mindestens sein, damit die Flugbahn nicht geschlossen ist?
- Die Geschwindigkeit im Perihel betrage

$$v_0 = 2 \sqrt{\frac{M G}{\rho_0}}.$$

Welche Form hat die Bahnkurve? Geben Sie $\rho(\varphi)$ an. In welchem Abstand vom Kraftzentrum schneidet die Flugbahn des Körpers die y -Achse? Unter welchem Winkel φ_∞ relativ zur positiven x -Achse bewegt sich der Körper für $\rho \rightarrow \infty$? Skizzieren Sie die Bahnkurve.

- Zur Zeit $t \rightarrow -\infty$ war der Körper offenbar bei $\varphi = -\varphi_\infty$ „gestartet“; er hatte die Geschwindigkeit v_∞ . Ohne Zentralkraft hätte seine geradlinige Bewegung das Zentrum im Abstand d passiert ($d =$ „Stoßparameter“). Durch die Zentralkraft wird er jedoch um $\vartheta = 2\varphi_\infty - \pi$ abgelenkt.

Zeigen Sie, dass

$$\tan \frac{\vartheta}{2} = \frac{M G}{d v_\infty^2}$$

gilt. Welcher Ablenkungswinkel ϑ ergibt sich für $d \rightarrow \infty$ bzw. für $d \approx 0$?

Hinweis: Zeigen Sie zuerst, dass $L = m d v_\infty$ gilt. Beachten Sie ferner, dass für $|\alpha| < \frac{\pi}{2}$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$$

gilt.

Aufgabe 63: Compton-Streuung**(mündlich, 3 Punkte)**

Ein Photon der Wellenlänge λ (mit Impuls $\frac{h}{\lambda}$ und Energie $\frac{h c}{\lambda}$) stoße auf ein ruhendes Elektron (Ruheenergie $m_e c^2$). Dabei werden Energie und Impuls teilweise auf das Elektron übertragen; Gesamtenergie und Gesamtimpuls bleiben erhalten.

Nach dem Stoß hat das Photon seine Richtung um einen Ablenkwinkel ϑ geändert. Zeigen Sie, mit Hilfe der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung, dass sich dabei seine Wellenlänge um

$$\Delta \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \vartheta)$$

vergrößert hat.