5. Übung Theoretische Ergänzungen zur Physik III (WS 2014/15) **Prof. Rohlfing**
Abgabedatum: 07.01.2015, 10:30, Briefkasten neben IG1 85 Besprechung: 12./13.01.2015

TE-Aufgabe 13: Transformation einer Lichtwelle **(mündlich, 8 Punkte)**

Betrachten Sie eine Lichtwelle mit

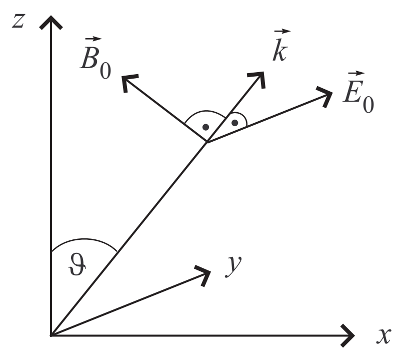
$$\vec{E}\,(\vec{r},\,t) \,=\, E_0\,\vec{e}_y\,\cos\left(\vec{k}\,\vec{r} \,-\, \omega\,t\right) \ ,$$

$$\vec{k} \,=\, k\,(\sin\vartheta,\,0,\,\cos\vartheta) \ ,$$

$$\omega \,=\, c\,k \ ,$$

$$\vec{B}\,(\vec{r},\,t) \,=\, \vec{B}_0\,\cos(\vec{k}\,\vec{r} \,-\, \omega\,t) \qquad \text{mit}$$

$$\vec{B}_0 \,=\, \frac{E_0}{c}\,(-\cos\vartheta,\,0,\,\sin\vartheta) \ .$$



a) Betrachten Sie die Lichtwelle nun in einem Inertialsystem Σ', das sich mit $\vec{v} \,=\, (v,\,0,\,0)$ relativ zu Σ bewegt.

   Bestimmen Sie $\vec{E}\,'\,(\vec{r}\,',\,t')$ und $\vec{B}\,'\,(\vec{r}\,',\,t')$.

b) Bestimmen Sie den Wellenvektor $\vec{k}\,'$ in Σ' und überzeugen Sie sich, dass sich die gleiche Lichtaberration wie in Aufgabe 10 ergibt.

c) Überzeugen Sie sich, dass wiederum $\vec{E}\,' \perp \vec{B}\,' \perp \vec{k}\,' \perp \vec{E}\,'$ gilt, und dass $|\vec{B}\,'| \,=\, \frac{1}{c}\,|\vec{E}\,'|$ erfüllt ist.

d) Überzeugen Sie sich, dass der gleiche Dopplereffekt wie in Aufgabe 7 f) resultiert.

TE-Aufgabe 14: Lorentz-Kraft **(mündlich, 4 Punkte)**

Ein mit Ladung q geladenes Teilchen befindet sich in einem elektrischen Feld

$$\vec{E} \,=\, E_0\,\vec{e}_z \ ;$$

seine Geschwindigkeit sei Null. Es sei $\vec{B} \,=\, 0$.

a) Bestimmen Sie die Lorentz-Kraft $\vec{F} \,=\, q\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ auf das Teilchen und die Minkowski-Kraft (K^μ).

b) Betrachten Sie die Situation in einem Inertialsystem Σ', das sich mit Geschwindigkeit $(v,\,0,\,0)$ relativ zu Σ bewegt.

   Bestimmen Sie $\vec{E}\,'$ und $\vec{B}\,'$ in Σ', ferner die Geschwindigkeit des Teilchens, die resultierende Kraft auf das Teilchen, und die Minkowski-Kraft (K'^μ).

c) Zeigen Sie, dass (K'^μ) durch Lorentz-Transformation aus (K^μ) hervorgeht.

TE-Aufgabe 15: Relativistisches Elektron im Magnetfeld (schriftlich, 8 Punkte)

Ein Teilchen mit der Ladung q bewege sich in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B} = (0,\, 0,\, B)$ unter dem Einfluss der Lorentz-Kraft $\vec{F} = q\,(\vec{v} \times \vec{B})$.

a) Zeigen Sie, dass aus der relativistischen Bewegungsgleichung

$$\vec{F} = \frac{d}{d\,t}\,\vec{p} = \frac{d}{d\,t}\,m\,\gamma\,\vec{v}$$

folgt:

$$\dot{\vec{v}} = \frac{\vec{F}}{m\,\gamma} - \frac{(\vec{F}\,\vec{v}\,)\,\vec{v}}{m\,\gamma\,c^2}\;.$$

b) Zeigen Sie, dass sich die relativistische Bewegungsgleichung

$$\frac{d\,\vec{p}}{d\,t} = \vec{F}$$

wegen der speziellen Form der Kraft bei dieser Bewegung als

$$m\,\gamma\,\frac{d\,\vec{v}}{d\,t} = q\,\left(\vec{v}_\perp \times \vec{B}\right)$$

schreiben lässt. Dabei ist $\vec{v}_\perp$ die zu $\vec{B}$ senkrechte Komponente der Geschwindigkeit ($\vec{v} = \vec{v}_\| + \vec{v}_\perp$). Nutzen Sie dabei das Ergebnis von a) aus.

c) Erläutern Sie, warum sich bei einer Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_0$, die senkrecht zu $\vec{B}$ ist, ein Kreis als Bahnkurve ergibt. Berechnen Sie den Radius R des Kreises in Abhängigkeit von v. Bestimmen Sie R für ein Elektron mit $E_{\text{kin}}^{\text{rel}} = 10$ MeV in einem Magnetfeld von 2 T. Vergleichen Sie Ihr Resultat mit dem Resultat einer klassischen Rechnung.