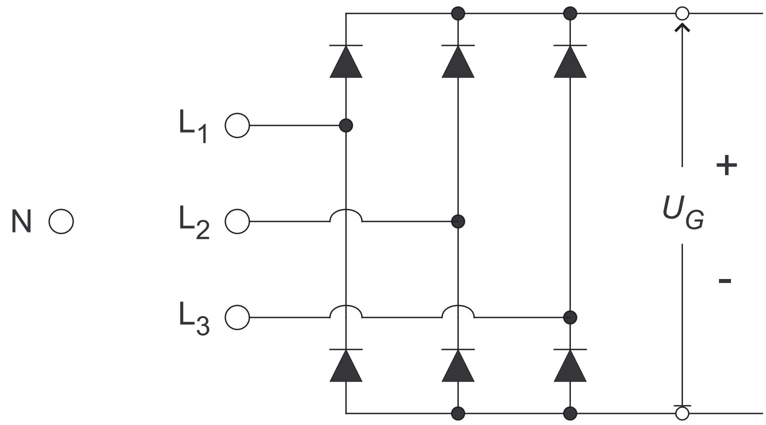
1. Übung zur Physik III (WS 2014/15) | **Prof. Kohl/Prof. Rohlfing**

Ausgabedatum: 15.10.2014

Abgabedatum: 22.10.2014, 10:30 Uhr, Briefkasten neben IG 1-85

Aufgabe 1: Drehstromgleichrichter **(schriftlich, 6 Punkte)**

Wird Gleichstrom mit hoher Leistung benötigt, so geht man meist von Drehstrom aus. Für die Gleichrichtung wird häufig die „Sechspulsschaltung“ verwendet:



Zwischen dem Nullleiter N und den Leitern L_1, L_2 und L_3 liegen dabei die Spannungen

$$\begin{aligned} U_1(t) &= \hat{U}\,\sin(\omega_0\,t)\,, \\ U_2(t) &= \hat{U}\,\sin\left(\omega_0\,t + \frac{2\,\pi}{3}\right) \qquad \text{und} \\ U_3(t) &= \hat{U}\,\sin\left(\omega_0\,t + \frac{4\,\pi}{3}\right) \qquad \text{an.} \end{aligned}$$

a) Wie groß sind die Spannungen

$$U_{12}(t) = U_1(t) - U_2(t) = -U_{21}(t)\,, \qquad U_{23}(t) \qquad \text{und} \qquad U_{31}(t)$$

zwischen den drei Leitern?

b) Überzeugen Sie sich davon, dass am positiven Pol jeweils die „positivste“ und am negativen Pol die „negativste“ der drei Spannungen anliegt. Zeigen Sie, dass (bei Vernachlässigung des Spannungsabfalls an den Dioden) der Verlauf im Intervall

$$t \in \left[-\frac{\pi}{6\,\omega_0}, \frac{\pi}{6\,\omega_0}\right]$$

die Spannung $U_G(t)$ durch

$$U_G(t) = U_{23}(t) = U_2(t) - U_3(t) = \sqrt{3}\,\hat{U}\,\cos(\omega_0\,t)$$

gegeben ist. Was ergibt sich für den Spannungsverlauf insgesamt? Welche Periodizität T weist der Verlauf auf?

c) Stellen Sie den Spannungsverlauf als Fourierreihe

$$U_G\,(t) \;=\; \sum_n U_{6\,n}\, \cos\left(6\, n\, \omega_0\, t\right)$$

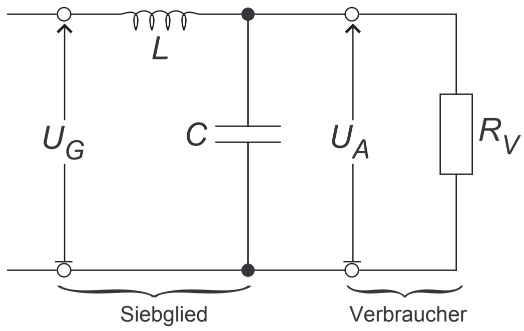
dar. Zeigen Sie, dass die Koeffizienten durch

$$U_{6\,n} \;=\; \frac{3\,\sqrt{3}\,\hat{U}\,(-1)^{n+1}\,(2\,-\,\delta_{0\,n})}{\pi\,(36\,n^2\,-\,1)}$$

gegeben ist. Wie groß ist der Gleichspannungsanteil U_0?

Aufgabe 2: Siebglied **(mündlich, 4 Punkte)**

Im Anschluss an die Gleichrichtung (z. B. Drehstromgleichrichter, Aufgabe 1) wird die Spannung „gesiebt“, so dass die verbleibenden Spannungsschwankungen möglichst klein werden.



Berechnen Sie das Übertragungsverhalten U_A/U_G des skizzierten Siebgliedes. Hierbei ist der Verbraucher R_V zu berücksichtigen. Zur Abschätzung der verbleibenden Spannungsschwankungen („Restwelligkeit“) betrachten wir in der Fourierreihe nur den Term mit der kleinsten Frequenz $m\,\omega_0\;\neq\;0$. Wie groß ist die relative „Restwelligkeit“ $U_m^{'}/U_0^{'}$ der Ausgangsspannung

$$U_A\,(t) \;=\; \mathrm{Re}\left\{\sum_n U_n^{'}\,\mathrm{e}^{i\,n\,\omega_0\,t}\right\} \;=\; \sum_n |U_n^{'}|\,\cos\left(n\,\omega_0\,t\,+\,\varphi_n\right)$$

und die Phasenverschiebung φ_n für die Netzfrequenz 50 s^{-1} bei Verwendung eines Kondensators der Kapazität $C\,=\,10$ mF und einer Spule mit der Induktivität L $=$ 1 mH

i) im „Leerlaufbetrieb“ ($R_V\;\to\;\infty$)

ii) für einen Verbraucher mit der Widerstand $R_V\;=\;10\,\Omega$?

Berechnen Sie dieses Resultat für $m\;=\;6$ (Aufgabe 1) und $m\;=\;2$ (Physik I, Aufgabe 83)

$$U_0 \;=\; \hat{U}\,\frac{2}{\pi}\;, \qquad U_2 \;=\; -\hat{U}\,\frac{4}{\pi}\,\cdot\,\frac{1}{3}\;.$$

Warum ist das Sieben eines gleichgerichteten Drehstroms leichter durchführbar als bei gleichgerichtetem Wechselstrom (2 Gründe)?

Hinweis: Die Fourierkonstanten $U_n^{'}$ der Ausgangsspannung $U_A\,(t)$ ergeben sich mit

$$U_n^{'} \;=\; \frac{U_A\,(n\,\omega_0)}{U_G\,(n\,\omega_0)}\,U_n\;, \qquad U_n^{'}\;\in\;\mathbf{C}$$

aus den Fourierkoeffizienten U_n der gleichgerichteten Spannung $U_G\,(t)$.

Aufgabe 3: Betatron (mündlich, 4 Punkte)

Ein Betatron ist eine Maschine, bei der geladene Teilchen in einer Vakuumkammer durch die zeitliche Veränderung eines axialen inhomogenen Magnetfeldes

$$\vec{B}\,(\vec{r},\,t) = B_z\,(r_\parallel,\,t)\,\vec{e}_z$$

auf einer Kreisbahn in der x-y-Ebene beschleunigt werden.

a) Wie groß muss der Betrag des Magnetfeldes für $r_\parallel = R$ sein, damit sich ein Teilchen der Ladung q mit der Geschwindigkeit v auf einer Kreisbahn mit Radius R bewegt?

b) Die zeitliche Änderung des Magnetfeldes induziert ein elektrisches Feld, welches auf Grund der Zylindersymmetrie des Magnetfeldes immer tangential zur Kreisbahn ist. Dieses elektrische Feld sorgt für die Beschleunigung des Teilchens. Berechnen Sie $|\vec{E}|$ in Abhängigkeit von dem über die Fläche der Kreisbahn gemittelten Magnetfeld

$$\bar{B}\,(t) := \int\limits_{\text{Kreis mit Radius } R} \vec{B}\,(\vec{r},\,t)\cdot d\,\vec{f}/\pi\,R^2$$

unter Verwendung des Induktionsgesetzes.

c) Welche Bedingung muss zwischen dem Magnetfeld $|\vec{B}\,(R,\,t)|$ am Ort der Kreisbahn und $\bar{B}\,(t)$ bestehen, damit sich der Bahnradius R beim Beschleunigen nicht verändert?

Aufgabe 4: Fourier-Transformation (schriftlich, 6 Punkte)

a) Betrachten Sie eine normierte Gauß-Funktion

$$f\,(t) \;=\; \frac{1}{\sqrt{2\,\pi\,\sigma}}\,\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2\,\sigma}}\;.$$

Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte $\tilde{f}\,(\omega)$.

b) Zeigen Sie, dass für $\sigma \;\to\; 0$ gilt:

$$f\,(t) \;\to\; \delta\,(t) \qquad \text{und} \qquad \tilde{f}\,(\omega) \;\to\; \frac{1}{\sqrt{2\,\pi}}\;.$$

c) Wiederholen Sie die Fourier-Transformation für $f\,(t) \;=\; \dfrac{1}{\sqrt{2\,\pi\,\sigma}}\,\mathrm{e}^{-\frac{(t\,-\,t_0)^2}{2\,\sigma}}$.

d) Überprüfen Sie, dass $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{\infty} |f\,(t)|^2\,d\,t \;=\; \int\limits_{-\infty}^{\infty} |\tilde{f}\,(\omega)|^2\,d\,\omega$ gilt.

e) Bestimmen Sie ferner die Fourier-Transformierte der Funktionen

$$f\,(t) \;=\; \sin\,(\omega_0\,t) \qquad \text{und} \qquad f\,(t) \;=\; \mathrm{e}^{-\alpha\,|t|} \qquad (\omega_0 \;\text{ und }\; \alpha \;\text{ reell und positiv})\;.$$

Hinweis: $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-(u\,+\,z)^2}\,d\,u \;=\; \sqrt{\pi}$ für alle $z \;\in\; \mathbf{C}$.