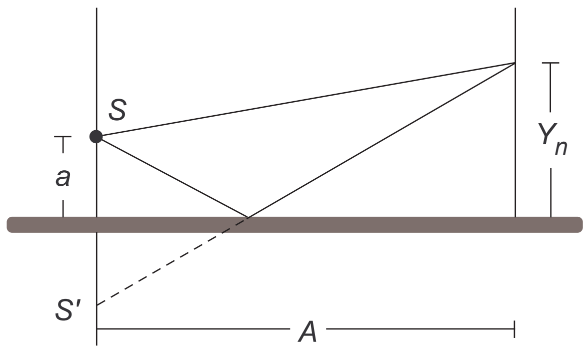
11. Übung zur Physik III (WS 2014/15) **Prof. Kohl/Prof. Rohlfing**

Ausgabedatum: 07.01.2015 Abgabedatum: 14.01.2015, 10:30 Uhr, Briefkasten neben IG 1-85

Aufgabe 38: Interferenz (Lloyd'scher Spiegel) (mündlich, 5 Punkte)

Eine punktförmige monochromatische Lichtquelle S befindet sich im Abstand a über einem Planspiegel. Im Abstand A von der Punktquelle ($A \gg a$) befindet sich ein Schirm. Durch Überlagerung des direkten und des am Spiegel reflektierten Lichts bildet sich auf dem Schirm ein Interferenzmuster. Berechnen Sie die Lage Y_n der Minima. Vergleichen Sie mit den Ergebnissen für den Fresnel'schen Spiegel. Wie groß ist der Abstand zweier Minima für $a = 1$ mm, $A = 30$ cm und $\lambda = 600$ nm?

Hinweis: Beachten Sie die relative Phasenlage der beiden Strahlen.



Aufgabe 39: Beugung an einer kreisförmigen Lochblende (schriftlich, 7 Punkte)

In der x', y'-Ebene befinde sich eine Blende mit einer kreisförmigen Öffnung, die den Radius R hat.

a) Berechnen Sie im Rahmen der Fraunhofer-Näherung die Intensitätsverteilung $I(\rho)$ des Beugungsbildes für monochromatisches Licht mit der Wellenlänge λ.

Stellen Sie dazu sowohl x und y als auch x' und y' durch Polarkoordinaten (ρ, φ) bzw. (ρ', φ') dar.

b) Geben Sie die Lage der ersten vier Minima der Intensität in Abhängigkeit von $\sin\alpha = \frac{\rho}{r}$ an.

c) Vergleichen Sie Ihr Resultat aus b) mit der Lage der Beugungsminima bei $y = 0$ für eine quadratische Öffnung (siehe Vorlesung), die die gleiche Fläche wie der Kreis hat. Geben Sie dazu die Ergebnisse in Einheiten von $\frac{\lambda}{R}$ an.

Nützliches Integral:

$$\int_0^u \int_{\varphi - 2\pi}^{\varphi} e^{-i\,\tilde{u}\cos\tilde{\varphi}}\, d\tilde{\varphi}\, \tilde{u}\, d\tilde{u} = 2\pi\, u\, J_1(u) \qquad \text{mit der Besselfunktion} \qquad J_1(u)\ .$$

Es gilt:

$$\lim_{u\to 0} \frac{2\,J_1(u)}{u} = 1\ .$$

Aufgabe 40: Fouriertransformation der Coulomb-Wechselwirkung (mündlich, 8 Punkte)

Betrachten Sie eine (modifizierte) Coulomb-Wechselwirkung

$$v_\lambda(\vec{r}) = \frac{1}{r}\,\mathrm{e}^{-\lambda r} \qquad \text{mit} \qquad \lambda > 0\,,$$

für $\lambda \to 0$ geht v_λ in die „echte" Coulomb-Wechselwirkung zwischen zwei Punktladungen im Abstand r über, abgesehen vom Vorfaktor $q_1\,q_2/4\,\pi\,\varepsilon_0$.

a) Zeigen Sie, dass die Fourier-Transformierte von v_λ durch

$$\tilde{v}_\lambda(\vec{k}) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{1}{k^2 + \lambda^2}$$

gegeben ist.

b) Zeigen Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus a), dass das Faltungsintegral (vgl. Kap. 1.1 der Vorlesung)

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\int \frac{\rho(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}\,d^3 r'$$

(mit elektrostatischem Potential φ und Ladungsdichte ρ) im Fourier-Raum zu der Beziehung

$$\tilde{\varphi}(\vec{k}) = \frac{1}{\varepsilon_0}\,\frac{\tilde{\rho}(\vec{k})}{k^2}$$

führt.

c) Zeigen Sie, dass die Beziehung

$$\tilde{\varphi}(\vec{k}) = \frac{\tilde{\rho}(\vec{k})}{\varepsilon_0\,k^2}$$

auch schon aus der Poisson-Gleichung

$$\Delta_{\vec{r}}\,\varphi(\vec{r}) = -\frac{1}{\varepsilon_0}\,\rho(\vec{r})$$

folgt.