

# Mathe-Repetitorium zur Physik I

Vorlesung: Prof. Dr. P.Krüger, Prof. Dr. A.Kappes

Mathe-Rep: Dr. K.Kovařík

## Woche 2 - Polynome

### Aufgabe 1: Vollständiges Quadrat I

Schreiben Sie die Funktion  $P(x)$  als ein Produkt zwei linear Polynomen wobei Sie die Ausdrücke  $P(x)$  auf ein vollständiges Quadrat ergänzen. Lösen Sie die Gleichung  $P(x) = 0$ .

- (a)  $P(x) = x^2 + 10x - 24$       (c)  $P(x) = 3x^2 - 6x - 429$       (e)  $P(x) = 4x^2 - 5x - 6$   
 (b)  $P(x) = 2x^2 - 4x - 6$       (d)  $P(x) = 3x^2 - 7x + 2$       (f)  $P(x) = 2x^2 - 13x + 15$

### Aufgabe 2: Vollständiges Quadrat II

Schreiben Sie die Funktion  $Q(x)$  als ein Produkt zwei linear Polynomen wobei Sie die Ausdrücke  $Q(x)$  auf ein vollständiges Quadrat ergänzen. Lösen Sie die Gleichung  $Q(x) = 0$ .

- (a)  $Q(x) = 2x^2 - 3x - 9$       (c)  $Q(x) = 3x^2 - 11x + 6$       (e)  $Q(x) = x^2 - 8x + 8$   
 (b)  $Q(x) = 3x^2 - 2x - 1$       (d)  $Q(x) = x^2 + 6x + 4$       (f)  $Q(x) = x^2 + 3x + 1$

### Aufgabe 3: Vollständiges Quadrat III

Wiederholen Sie den Vorgang aus den Aufgaben 1 und 2 und zeigen Sie, dass

$$ax^2 + bx + c = a \left( x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \left( x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$$

### Aufgabe 4: Quadratische Gleichungen

Benutzen Sie die  $p$ - $q$ -Formel um alle (auch komplexe) Lösungen der quadratischen Gleichungen zu bestimmen.

- (a)  $x^2 - 6x + 5 = 0$       (c)  $x^2 + 4x + 30 = 0$   
 (b)  $x^2 + 10x + 20 = 0$       (d)  $x^2 - 7x + 16 = 0$

### Aufgabe 5: Weitere Gleichungen

Lösen Sie folgende Gleichungen nach  $x$  auf:

- (a)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$       (c)  $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$   
 (b)  $x^4 - 5x^2 - 4 = 0$       (d)  $\sqrt{x} + 2 = \sqrt{x + 20}$

### Aufgabe 6: Faktorzerlegung I

Zerlegen Sie vollständig die Ausdrücke in Faktoren und bestimmen Sie dadurch die Lösungen der Gleichungen  $P(x) = 0$

(a)  $P(x) = 4x^3 - 9x$

(b)  $P(x) = ax^5 - 2a^2x^4 + a^3x^3$

(c)  $P(x) = x(a+b)^2 + x^2(a+b)$

(d)  $P(x) = (a-b)x^4 + (b-a)x^2$

(e)  $P(x) = x^5 - x^3 + x^2 - 1$

(f)  $P(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

(g)  $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

(h)  $P(x) = 2x^3 + 7x^2 - 7x - 12$

(i)  $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 17x + 12$

(j)  $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 9$

(k)  $P(x) = 6x^3 - 5x^2 - 17x + 6$

(l)  $P(x) = 2x^4 + 7x^3 - 17x^2 - 7x + 15$

(m)  $P(x) = 6x^4 + 31x^3 + 57x^2 + 44x + 12$

(n)  $P(x) = 100x^2 - 4(8x - 2y)^2$

(o)  $P(x) = 9x^2 - 6xy + y^2 - z^2$

(p)  $P(x) = x^2 - xy - 2x + 2y$

### Aufgabe 7: Faktorzerlegung II

Zerlegen Sie vollständig die Ausdrücke in Faktoren

(a)  $3v^2(v-r)^3 + 6v^3(v-r)^2$

(e)  $9p^4(a-b) - 25q^2(a-b)$

(i)  $(4p+3q)^2 - 16(p-q)^2$

(b)  $3a+6+xa+2x$

(f)  $m^2 - n^2 - p^2 + 2np$

(j)  $48(a+b)^2 - 12(a-b)^2$

(c)  $8b^2 - 18c^2$

(g)  $(u+3v)^2 - 9(v-q)^2$

(k)  $a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc$

(d)  $9a^2 - (a-b)^2$

(h)  $9(2a-x)^2 - 4(3a-x)^2$

(l)  $a^2 - 2ab - c^2 + b^2$

### Aufgabe 8: Vereinfachung von Ausdrücken I

Dividieren Sie die Ausdrücke:

(a)  $(2x^3 - 11x + 6) : (x - 2)$

(b)  $(x^3 + 2x^2 - x - 2) : (x - 1)$

(c)  $(2x^3 + 9x^2 - 4x - 21) : (2x - 3)$

(d)  $(5x^3 - 11x^2 + 11x - 6) : (5x - 6)$

(e)  $(3x^4 + 29x^2 + 40) : (x^2 + 8)$

(f)  $(6x^4 + 14x^3 - 9x^2 - 7x + 3) : (2x^2 - 1)$

(g)  $(x^5 - 10x^4 + 10x - 1) : (x - 1)$

(h)  $(x^4 - 5x^3 - 5x^2 - 1) : (x + 1)$

(i)  $(x^3 - x^2 + 3x - 10) : (x - 2)$

(j)  $(6x^4 + x^3 + 9x^2 - 3x - 4) : (2x + 1)$

(k)  $(14x^6 - 21x^5 + 6x^4 + 26x^3 - 42x^2 + 15x - 18) : (7x^2 + 3)$

(l)  $(x^2 + x - 4) : (x + 3)$

(m)  $\frac{x^3 + 9x^2 + 19x - 160}{x - 3}$

(n)  $\frac{x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x + 8}{x + 2}$

(o)  $\frac{5x^3 - 8x^2 + 10x - 10}{x - 1}$

(p)  $\frac{2x^4 + 3x^3 - 3x - 2}{x^2 - 1}$

### Aufgabe 9: Vereinfachung von Ausdrücken II

Vereinfachen Sie die Ausdrücke (auch mit Hilfe von binomischen Formeln)

- (a)  $\frac{a^3b}{3c^2} \cdot \frac{9bc^3}{7a^4} \cdot \frac{14c^3}{3ab} : \frac{2bc^3}{a^3}$
- (b)  $\left(\frac{2a}{3b^3}\right)^3 \cdot \frac{9b^4}{4c^3} \cdot \left(\frac{5c^2}{3a}\right)^2 : \frac{25c}{3a}$
- (c)  $\left[\frac{2a^2}{(5b)^2} \cdot \frac{15b}{4c} \cdot \frac{5bc}{3a}\right]^3 : \left[\left(\frac{5a}{4b}\right)^2 : \frac{5a}{8b^2}\right]^2$
- (d)  $\left(\frac{a+1}{a+2} - \frac{a-1}{a-2}\right) \frac{a^2-4}{2a}$
- (e)  $(2-y) \left(\frac{3y-3}{y^2-4} : \frac{1-y^2}{y+2}\right)$
- (f)  $\left(v + \frac{u-v}{1+uv}\right) : \left(1 - \frac{v(u-v)}{1+uv}\right)$
- (g)  $\frac{1+x}{1+2x} - \left(1 + \frac{x}{x-1}\right) : \left(1 - \frac{3x^2}{1-x^2}\right)$
- (h)  $\frac{3ab}{a^2-ab} + \frac{5a}{a+b} - \frac{2b^2+4a^2}{a^2-b^2}$
- (i)  $\left[\left(\frac{r}{s} - \frac{s}{r}\right) : (r+s) + r\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r}\right)\right] : \frac{1+r}{s}$
- (j)  $\left(\frac{a}{a^2-4} - \frac{8}{a^2+2a}\right) \frac{a^2-2a}{4-a} + \frac{a+8}{a+2}$
- (k)  $\left[\frac{x+3y}{(x-y)^2} + \frac{x-3y}{x^2-y^2}\right] : \frac{x^2+3y^2}{(x-y)^2}$
- (l)  $\left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}\right) \left(\frac{x}{4} + \frac{3}{4x} - x\right)$
- (m)  $\left(\frac{a}{a+1} + \frac{a}{a-1} - 1\right) : \frac{a^2+1}{a^2-1}$
- (n)  $\left(m + n - \frac{4mn}{m+n}\right) : \left(\frac{m}{m+n} - \frac{n}{n-m} - \frac{2mn}{m^2-n^2}\right)$
- (o)  $\left(a + \frac{ab}{a-b}\right) \left(\frac{ab}{a+b} - a\right) : \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$
- (p)  $\frac{x^3+y^3}{x+y} : (x^2-y^2) + \frac{2y}{x+y} - \frac{xy}{x^2-y^2}$
- (q)  $\left[\frac{4(m+n)^2}{mn} - 16\right] \left[\frac{(m+n)^2-mn}{mn}\right] : \frac{m^3-n^3}{mn}$
- (r)  $\left(\frac{1}{y+1} + \frac{2}{y-1} - \frac{5y+1}{y^2-1}\right) : \left(\frac{y-1}{y+1} - \frac{y+1}{y-1}\right)$
- (s)  $\frac{x+1}{2x-2} - \frac{x-1}{2x+2} - \frac{4x-x^2-1}{x^2-1}$
- (t)  $\left(\frac{1}{2x-1} + x+1\right) \left(\frac{1}{2x+1} - 1+x\right)$
- (u)  $\left(\frac{1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} + \frac{4}{1-x^2} - 1\right) (x-1)^2$
- (v)  $\left(\frac{1}{3x-2} - \frac{4}{2+3x} - \frac{3x-5}{4-9x^2}\right) \frac{(2-3x)^2}{6x-5}$
- (w)  $\left(\frac{a+1}{2a-2} + \frac{4}{a^2-1} - \frac{a+3}{2a+2}\right) : \frac{3}{4a^2-4}$
- (x)  $\left(1 - \frac{1}{a-1}\right) : \left(1 + \frac{3}{1-a^2}\right)$
- (y)  $\left(\frac{2}{x+2} - \frac{x+1}{x^2-9} - \frac{1}{x+3}\right) : \frac{x+7}{x^2-x-6}$

### Aufgabe 10: Vereinfachung von Ausdrücken III

Vereinfachen Sie die Ausdrücke (auch mit Hilfe von binomischen Formeln)

- (a)  $\frac{x^4-y^4}{x^2y^2} : \left[\left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) \left(1 - \frac{2x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)\right]$
- (b)  $6a + \left(\frac{a}{a-2} - \frac{a}{a+2}\right) : \frac{4a}{a^4-2a^3+8a-16}$
- (c)  $\left[\frac{1}{(x+y)^2} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) + \frac{2}{(x+y)^3} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\right] : \left(\frac{y}{x^2} \left(\frac{1}{1-x} - 1\right) : \left(x - \frac{1-2x^2}{1-x} + 1\right)\right)$
- (d)  $\frac{a-2b}{a+b} - \frac{2a-b}{b-a} - \frac{2a^2}{a^2-b^2}$
- (e)  $\frac{a^2-b^2}{2a^2b^2} : \left(\frac{1+2a}{a} - \frac{2b-1}{b}\right)$
- (f)  $\frac{2x^2-2}{x^2+5x} \cdot \frac{x+5}{1-x} : \frac{(x+1)^2}{x}$
- (g)  $\left(\frac{1}{x-1} - 1\right) : \left(x - \frac{1-2x^2}{1-x} + 1\right)$
- (h)  $\left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - 1\right) (x^2-1)$