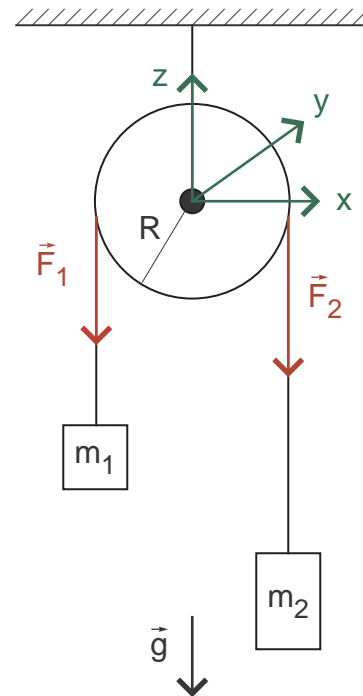


**Aufgabe 62:    Atwood'sche Fallmaschine mit Trägheitsmoment    (mündlich, 8 Punkte)**

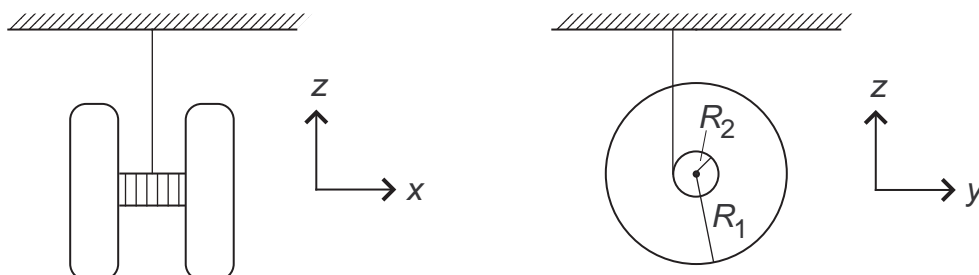
Zwei Massen  $m_1$  und  $m_2$  ( $m_2 \geq m_1$ ) sind über eine Rolle der Masse  $M$  mit einem Seil der Länge  $l$  verbunden. Die Rolle ist eine dünne Scheibe mit Radius  $R$  und Trägheitsmoment  $J = \frac{1}{2} M R^2$ . Nehmen Sie an, dass das Seil masselos sei und dass die Reibung zwischen Seil und Rolle unendlich groß ist, d. h. die Rolle bewegt sich mit dem Seil.

- [2 Punkte] Zeigen Sie, dass das durch das Seil auf die Rolle ausgeübte Drehmoment  $\vec{D}$  mit der Beschleunigung  $a = \ddot{z}_1 = -\ddot{z}_2$  des Seiles über  $\vec{D} = J \frac{a}{R} \vec{e}_y$  zusammenhängt ( $z_i$  ist die  $z$ -Koordinate der Masse  $m_i$ ).
- [1 Punkt] Berechnen Sie das Drehmoment  $\vec{D}$  in Abhängigkeit der Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$ .
- [5 Punkte] Zeichnen Sie die Kräfte, die auf die Massen  $m_1$  und  $m_2$  wirken, in die Grafik ein. Verknüpfen Sie diese Kräfte mit  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  und verwenden Sie die Resultate von a) und b), um die Beschleunigung  $a$  des Seiles zu berechnen.



**Aufgabe 63:    Jo-Jo    (mündlich, 12 Punkte)**

Ein Spielzeug-Jo-Jo bestehe aus zwei homogenen zylindrischen Scheiben (Radius  $R_1 = 3$  cm, Gesamtmasse beider Scheiben  $m_1 = 30$  g), die über einen kleinen Zylinder (Radius  $R_2 = 0,3$  cm, Masse  $m_2 = 0,1$  g) miteinander verbunden sind. Um diesen Zylinder ist ein Faden gewickelt, an dem das Jo-Jo hängt. (Die Fadendicke soll in der Aufgabe vernachlässigt werden!) Lässt man das Jo-Jo (bei festgehaltenem Faden) los, so beginnt es unter dem Einfluss der Schwerkraft zu rotieren und sich nach unten zu bewegen ( $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>).



- a) [3 Punkte] Berechnen Sie zunächst das Trägheitsmoment des Jo-Jo's bezüglich einer Drehachse, die mit der Zylinderachse übereinstimmt.
- b) [7 Punkte] Der Faden haben die Länge  $l = 1$  m. Wenn der Faden völlig aufgewickelt ist, befindet sich das Jo-Jo in Ruhe. Welche Translationsgeschwindigkeit hat das Jo-Jo unmittelbar vor Erreichen des unteren Umkehrpunktes? Wie groß ist dann die Winkelgeschwindigkeit?
- Hinweis:* Verwenden Sie bei Ihren Rechnungen den Energiesatz.
- c) [2 Punkte] Beschreiben Sie qualitativ, wie die Bewegung im unteren Umkehrpunkt verläuft.

**Aufgabe 64: Schwerpunkt und Trägheitsmoment eines dünnen Stabes (schriftlich, 9 Punkte)**

Gegeben sei ein dünner Stab mit Querschnittsfläche  $A = a \cdot b$  und Länge  $L$  (siehe Abbildung). Der Stab habe die inhomogene Massendichte

$$\rho(x) = \frac{M}{2LA} + \frac{M}{L^2A}x \quad \text{für} \quad 0 \leq x \leq L.$$

- a) [1 Punkt] Zeigen Sie, dass die Masse des Stabes  $M$  ist.
- b) [2 Punkte] Berechnen Sie den Schwerpunkt des Stabes.
- c) [2 Punkte] Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Stabes zur Achse 1, die durch die Mitte des Stabes und senkrecht zum Stab verläuft.
- d) [4 Punkte] Berechnen Sie die Trägheitsmomente des Stabes für die beiden Achsen 2 und 3, die durch die jeweiligen Endpunkte des Stabes und senkrecht zum Stab verlaufen (siehe Abbildung).

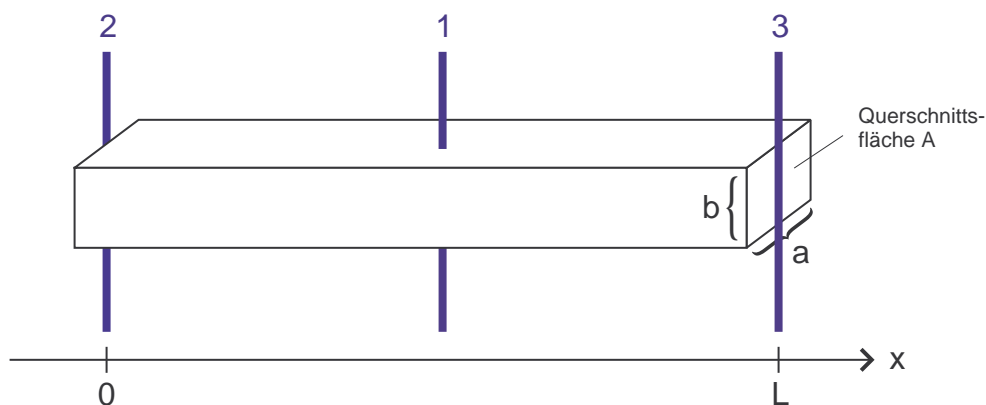
*Hinweis:* Die Koordinaten des Schwerpunktes sind gegeben durch

$$\vec{R}_s = \frac{1}{M} \int \vec{r} \rho(\vec{r}) dV$$

und das Trägheitsmoment zur Achse, die durch den Koordinatenursprung läuft, ist gegeben als

$$J = \int \vec{r}_\perp^2 \rho(\vec{r}) dV,$$

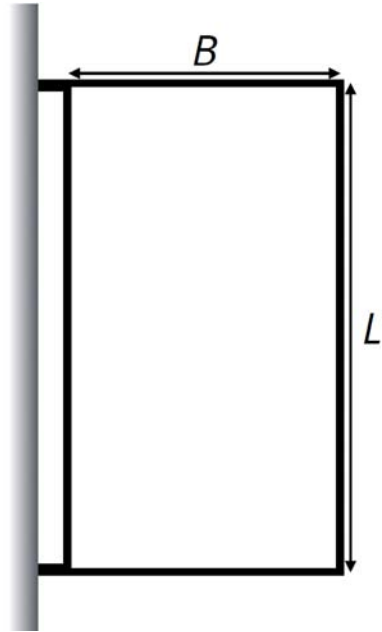
wobei  $\vec{r}_\perp$  der zur jeweiligen Rotationsachse senkrechte Anteil von  $\vec{r}$  ist.



**Aufgabe 65: Schwingende Tür**

(schriftlich, 6 Punkte)

Eine homogene Tür mit Breite  $B$ , Länge  $L$  und Masse  $M$  ist mit zwei Scharnieren an der Wand befestigt (siehe Abbildung). Die Tür befindet sich unter dem Einfluss der Schwerkraft.



- a) [3 Punkte] Welche Kräfte üben die beiden Scharniere jeweils auf die Tür aus, wenn diese sich nicht bewegt?
- b) [3 Punkte] Welche Kräfte ergeben sich, wenn sich die Tür mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  bewegt?

**Aufgabe 66: Looping-Bahn**

(schriftlich, 5 Punkte)

Eine Kugel mit Radius  $r$  und Masse  $m$  rölle auf einer Looping-Bahn unter dem Einfluss der Schwerkraft.

- a) [4 Punkte] Auf welcher Höhe  $H$  muss sich der Schwerpunkt der Kugel beim Start mindestens befinden, damit sie eine Schleife mit dem Radius  $R$  durchlaufen kann, ohne dabei aus der Bahn zu fallen?
- b) [1 Punkt] Auf welcher Höhe muss sich der entsprechende Startpunkt befinden, wenn die Kugel auf der Bahn *gleitet*, d. h. wenn sie sich wie ein Partikelchen verhält?

