

Aufgabe 26: Energiebilanz beim schiefen Wurf (mündlich, 6 Punkte)

Ein Körper der Masse m wird am Punkt $\vec{r}_0 = (0, 0, 0)$ mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_0 = v_0 (\cos \alpha, 0, \sin \alpha)$ abgeworfen und bewegt sich unter dem Einfluss der Schwerkraft $\vec{F} = -m g \vec{e}_z$.

- [2 Punkte] Geben Sie $\vec{r}(t)$ an.
- [2 Punkte] Berechnen Sie die kinetische Energie $T(t)$ und die potentielle Energie $V(t)$ und deren Summe.
- [2 Punkte] Zeichnen Sie die Energien aus b) als Funktion der Zeit t . Benutzen Sie dabei $m = 1 \text{ kg}$, $v_0 = 20 \text{ m/s}$, $\alpha = 30^\circ$ und $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Aufgabe 27: Wegintegrale und Arbeit (schriftlich, 6 Punkte)

- [3 Punkte] Ein Massepunkt bewege sich im Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = A r \vec{r}$ (mit $A = \text{const.}$). Berechnen Sie die Arbeit für eine Bewegung von $\vec{r}_a = (-1, 0, 0)$ nach $\vec{r}_b = (1, 0, 0)$ entlang der Wege C_1 bzw. C_2 . Dabei seien die Wege wie folgt gegeben:

$$C_1 : \quad (x, 0, 0) \quad \text{mit} \quad -1 \leq x \leq 1$$

$$C_2 : \quad (-\cos \omega t, \sin \omega t, 0) \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega} .$$

- [3 Punkte] Führen Sie die Berechnung aus Teil a) für eine Bewegung im Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = (-A y, A x, 0)$ durch.

Aufgabe 28: Beschleunigte Kreisbewegung (mündlich, 6 Punkte)

Eine beschleunigte Bewegung mit konstanter Winkelbeschleunigung auf einem festen Kreis sei gegeben durch

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} R \cdot \cos(\omega t + 1/2 \varepsilon t^2) \\ R \cdot \sin(\omega t + 1/2 \varepsilon t^2) \end{pmatrix} .$$

- [3 Punkte] Berechnen Sie $\vec{v}(t)$, $|\vec{v}(t)|$, $\vec{a}(t)$ und $|\vec{a}(t)|$.
- [3 Punkte] Bestimmen Sie den Tangentialvektor \vec{e}_T und den Normalenvektor \vec{e}_N und drücken Sie $\vec{a}(t)$ über \vec{e}_N und \vec{e}_T aus. Zeigen Sie also, dass gilt:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= a_T \cdot \vec{e}_T + a_N \cdot \vec{e}_N \\ &= \frac{d|\vec{v}|}{dt} \vec{e}_T + \frac{v^2(t)}{\rho} \vec{e}_N , \end{aligned}$$

wobei ρ der Krümmungsradius (hier $\rho = R$) ist.

Aufgabe 29: Schiefer Wurf mit Raketenantrieb (schriftlich, 9 Punkte)

Ein Ball mit einem Raketenantrieb wird mit der Geschwindigkeit $v = |\vec{v}|$ und dem Winkel θ zur Horizontalen in die x -Richtung abgeworfen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich der Ball am Ursprung und der Raketenantrieb zündet. Der Antrieb übt eine zeitabhängige Kraft

$$F(t) = F_0 \sin\left(\frac{\pi g}{2v \sin \theta} t\right)$$

in der x -Richtung aus. Die Gravitationsbeschleunigung ist wie üblich $\vec{a}(t) = -g \vec{e}_z$.

- a) [4 Punkte] Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf, die den schiefen Wurf mit einem Raketenantrieb beschreiben und bestimmen Sie die Bahnkurve $\vec{r}(t)$.
- b) [1 Punkt] Zu welcher Zeit T trifft der Ball wieder auf dem Boden auf?
- c) [2 Punkte] Wie weit wird der Ball geworfen?
- d) [1 Punkt] Wie hoch wird der Ball geworfen?
- e) [1 Punkt] Vergleichen Sie die Ergebnisse aus b) – d) mit einem schiefen Wurf ohne Raketenantrieb.

Aufgabe 30: Regentropfen (mündlich, 8 Punkte)

In einer Höhe h_0 über dem Erdboden bildet sich ein Regentropfen in einer Wolke. Während der Tropfen dem Boden entgegenfällt, nimmt er weiteres Wasser auf, so dass seine Masse linear mit der Fallzeit zunimmt:

$$m(t) = k(h_0 - h(t)) .$$

- a) [4 Punkte] Stellen Sie die Bewegungsgleichung des Tropfens in Abhängigkeit von der Höhe h auf.
- b) [2 Punkte] Lösen Sie die Bewegungsgleichung unter Verwendung des Lösungsansatzes

$$h(t) = \frac{a}{b} t^b + c .$$

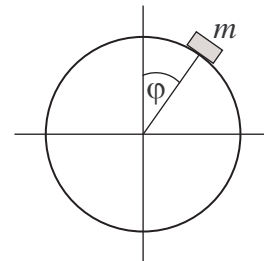
Welche physikalische Bedeutung hat $|a|$?

- c) [2 Punkte] Nach 5 Sekunden Fallzeit hat der Tropfen eine kugelförmige Gestalt mit einem Durchmesser von 1 mm angenommen. Berechnen Sie hieraus die Massenzunahmekonstante k .

Aufgabe 31: Abrutschen (schriftlich, 5 Punkte)

Gegeben sei ein Zylinder mit Radius R und reibungsfreier Oberfläche. Eine Masse m befinde sich an der höchsten Stelle auf dem Zylinder ($\varphi = 0$) und beginnt im Schwerfeld auf der Zylinderoberfläche abzurutschen.

- a) [3 Punkte] Bei welchem Winkel φ reicht die Schwerkraft nicht mehr aus, um m auf der Zylinderoberfläche festzuhalten?
- b) [2 Punkte] Beschreiben Sie, welche Kräfte vom Beginn des Abrutschens bis zur Trennung der Masse vom Zylinder auf die Masse und den Zylinder wirken.



Hinweis: Die kinetische Energie der abrutschenden Masse bestimmt sich auf dem Verlust an potentieller Energie durch Abnahme der Höhe h im Schwerfeld.