

**Aufgabe 50: Coriolis-Kraft**

**(mündlich, 10 Punkte)**

Auf einen an der Erdoberfläche befindlichen Körper der Masse  $m$  wirkt (bei der Beschreibung in einem Inertialsystem) die radial zum Erdmittelpunkt gerichtete Schwerkraft  $\vec{F}_g = -m g \vec{e}_r$ .

Bei der Beschreibung in einem mit der Erde rotierenden Koordinatensystem treten Scheinkräfte auf. In dieser Aufgabe soll der Einfluss der Coriolis-Kraft  $\vec{F}_c = -2 m \vec{\omega} \times \vec{v}'$  untersucht werden. Verwenden Sie dazu ein Koordinatensystem, dessen Ursprung sich an der Erdoberfläche befindet. Der Vektor vom Mittelpunkt der Erde zum Koordinatenursprung ist relativ zur Drehachse um den Winkel  $\theta$  geneigt. Die Einheitsvektoren  $\vec{e}_1'$ ,  $\vec{e}_2'$ ,  $\vec{e}_3'$  zeigen nach Süden, Osten und vertikal nach oben. (Sie entsprechen den Einheitsvektoren  $\vec{e}_\theta$ ,  $\vec{e}_\varphi$ ,  $\vec{e}_r$  der Kugelkoordinaten in Aufgabe 48.) Der Vektor der Drehwinkelgeschwindigkeit hat die Form

$$\vec{\omega} = \omega \cos \theta \vec{e}_3' - \omega \sin \theta \vec{e}_1'.$$

- a) [3 Punkte] Berechnen Sie für die Geschwindigkeit  $\vec{v}' = v_1' \vec{e}_1' + v_2' \vec{e}_2' + v_3' \vec{e}_3'$  die Coriolis-Kraft. Welche Richtung hat diese Kraft für Körper, die sich von Norden nach Süden bzw. von Westen nach Osten bewegen? Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse jeweils für eine Bewegung auf der Nord- bzw. der Südhalbkugel der Erde.
- b) Am Äquator falle ein Stein mit Masse  $m$  von einem Turm der Höhe  $h = 100$  m. Die Flugbahn des Steins weist eine Ablenkung von der Vertikalen auf.
- i) [2 Punkte] Erläutern Sie zunächst, dass die Bewegungsgleichung im rotierenden System am Äquator die folgende Form (in den Komponenten der Einheitsvektoren) hat:

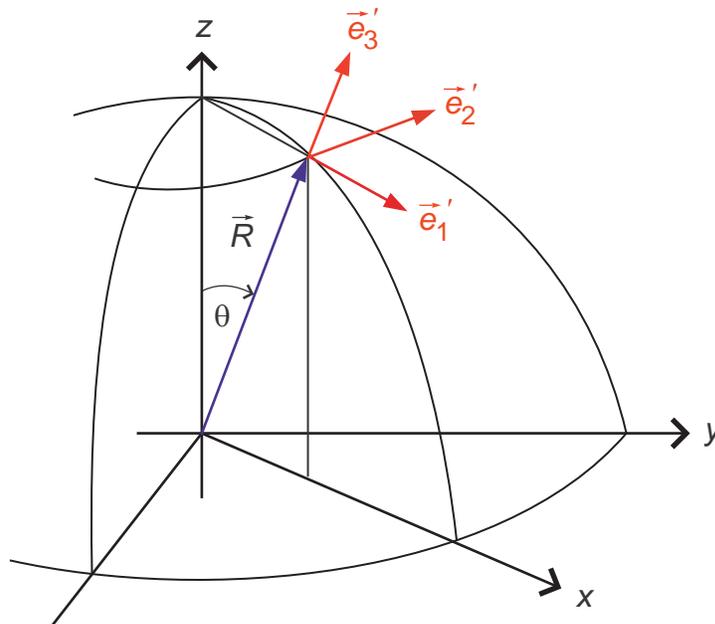
$$\begin{pmatrix} m \ddot{r}'_1 \\ m \ddot{r}'_2 \\ m \ddot{r}'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -m \tilde{g} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -2 m \omega \dot{r}'_3 \\ 2 m \omega \dot{r}'_2 \end{pmatrix}.$$

Dabei ist  $\tilde{g} = 9,78 \text{ m/s}^2$  die effektive Schwerebeschleunigung am Äquator. Geben Sie die Anfangsbedingungen für  $\vec{r}'(0)$  und  $\dot{\vec{r}}'(0)$  an.

- ii) [4 Punkte] Lösen Sie die Bewegungsgleichung unter Vernachlässigung der vertikalen Komponente der Coriolis-Kraft. Geben Sie die Fallzeit, sowie die Richtung und Stärke der Ablenkung von der Vertikalen am Boden des Turmes an. (Die Krümmung der Erde soll dabei vernachlässigt werden.)

*Hinweis:* Berechnen Sie zunächst die Lösungen für die erste und die dritte Komponente der Gleichung.

- iii) [1 Punkt] Begründen Sie mit Hilfe Ihrer Lösungen, warum die Näherung unter ii) gerechtfertigt ist.



**Aufgabe 51: Längenkontraktion**

**(mündlich, 5 Punkte)**

Stellen Sie sich vor, dass Sie in einem Universum leben, in dem die Lichtgeschwindigkeit 20 km/h beträgt. Sie fahren mit einer Geschwindigkeit von 19,9 km/h in einem Auto (Länge  $L = 2$  m) zur Post, die 1 km entfernt ist.

- a) [2 Punkte] Wie lang ist die Wegstrecke aus der Sicht des Fahrers?
- b) [2 Punkte] Wie lang ist das Auto aus der Sicht eines stehenden Beobachters auf dem Gehsteig?
- c) [1 Punkt] Wie lange dauert jeweils in diesen beiden Bezugssystemen die Fahrt zur Post?

**Aufgabe 52: Zeitdilatation**

**(mündlich, 5 Punkte)**

Ein Astronaut startet bei  $t = 0$  von der Erde zum 4 Lichtjahre entfernten Stern  $\alpha$ -Centauri. Er fliegt mit der Geschwindigkeit  $v = 0,8c$ . Als er den Stern erreicht, kehrt er sofort um und fliegt mit der gleichen Geschwindigkeit zur Erde zurück. Während der Reise senden er und sein auf der Erde zurückgebliebener Bruder sich im Abstand eines halben Jahres (im jeweiligen Ruhesystem gemessen) Funksignale zu.

- a) [2 Punkte] Wieviel Zeit vergeht auf der Erde, bis der Astronaut zurückkommt? Welche Reisedauer misst dieser selbst?
- b) [3 Punkte] Wie viele Funksignale empfängt der auf der Erde zurückgebliebene Bruder während des Hinfluges und während des Rückfluges? Wann erreichen ihn die Signale? Welcher Frequenz entspricht das? Wie viele Signale sendet er selbst während der Dauer des Fluges?