

Aufgabe 1: Wahrscheinlichkeiten I

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Raum mit k Personen mindestens zwei Personen am gleichen Tag Geburtstag haben. (Ignorieren Sie dabei den 29. Februar.)
- b) Ab wieviel Personen ist die Wahrscheinlichkeit größer als 50%?
- c) Ab wieviel Personen ist sie sogar größer als 97%?

Aufgabe 2: Wahrscheinlichkeiten II

Aus einem Pokerblatt (52 Karten) werden 5 Karten gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ein Pärchen Asse zu ziehen?

Aufgabe 3: Wahrscheinlichkeiten III

Eine Person erhält im Mittel am Tag 48 Spam Mails, die zufällig von unabhängigen Quellen versendet werden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, keine, zwei oder fünf solche Spam Mails in einer Stunde zu erhalten?

Aufgabe 1: Wahrscheinlichkeiten I

a) Berechne zunächst die Wahrscheinlichkeit p , dass keine 2 Personen am gleichen Tag Geburtstag haben. Und damit $q = 1 - p$

Es gibt insgesamt 365^k unterschiedl. Geburtstagskombinationen. Die Wahrscheinl., dass alle Tage unterschiedlich sind ist

$$p = \frac{365!}{(365-k)! 365^k} \Rightarrow q = 1 - p = 1 - \frac{365!}{(365-k)! 365^k}$$

Näherung für große n : $n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$

$$\Rightarrow q \approx 1 - e^{-k \left(\frac{365}{365-k}\right)^{365-k+0.5}}$$

b) Durch Einsetzen $\Rightarrow k = 23 \rightarrow q \approx 50\%$

c) $\Rightarrow k = 50 \rightarrow q \approx 97\%$

Aufgabe 2: Wahrscheinlichkeiten I

Es gibt $\binom{52}{5}$ Mögl. 5 Karten zu ziehen und $\binom{4}{2} \cdot \binom{48}{3}$ Mögl. 2 Asse bei 5 Karten zu ziehen

$$\begin{array}{l} \uparrow \text{ 2 von 4 } \\ \text{ Assen} \end{array} \begin{array}{l} \uparrow \text{ kein 2 } \\ \text{ Asse} \end{array} \rightarrow p(2 \text{ Asse}) = \frac{\binom{4}{2} \binom{48}{3}}{\binom{52}{5}} = \frac{4! \cdot 48! \cdot 47! \cdot 5!}{2! \cdot 2! \cdot 45! \cdot 3! \cdot 52!}$$

$$= \frac{1}{2!} \cdot \frac{4!}{2!} \cdot \frac{5!}{3!} \cdot \frac{47! \cdot 48!}{45! \cdot 52!} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 46 \cdot 47}{2 \cdot 43 \cdot 50 \cdot 51 \cdot 52 \cdot 13} = \frac{46 \cdot 47}{43 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 13} \approx 4\%$$

Aufgabe 3: Wahrscheinlichkeiten III

$$P(x) = \frac{2^x}{x!} e^{-2} \quad \text{im Mittel 2 std.}$$

$$\rightarrow P(0) = \frac{1}{e^2} \approx 0,135, \quad P(2) = \frac{2}{e^2} \approx 0,271, \quad P(5) = \frac{2^5}{5! e^2} \approx 0,036$$