

Aufgabe 38: Emission von Photonen

[7 Punkte]

Die Wahrscheinlichkeit $\Gamma_{j \rightarrow f}$ für den Übergang eines Elektrons von einem Zustand $|\varphi_j\rangle$ in einen Zustand $|\varphi_f\rangle$ unter Emission eines Photons mit Wellenvektor \vec{k} und Polarisation α ist gegeben durch (siehe Vorlesung):

$$\Gamma_{j \rightarrow f, \vec{k}, \alpha} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{e^2}{m^2} \frac{\hbar}{2\varepsilon_0 V \omega_k} \left| \langle \varphi_f | e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} \vec{\mathcal{E}}_{\vec{k}, \alpha} \cdot \hat{p} | \varphi_j \rangle \right|^2 \cdot \delta(E_f - E_j + \hbar\omega_k) (n_{\vec{k}, \alpha} + 1).$$

Berechnen Sie für die *spontane Emission* die gesamte Übergangsrate

$$W_{j \rightarrow f} = \sum_{\vec{k}, \alpha} \Gamma_{j \rightarrow f, \vec{k}, \alpha}.$$

Ersetzen Sie dazu die Summe über \vec{k} durch das Integral

$$\frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3 k$$

und werten Sie das Übergangsmatrixelement im Rahmen der Dipolnäherung aus. Geben Sie Ihr Ergebnis in Abhängigkeit von

$$|\langle \varphi_f | \vec{r} | \varphi_j \rangle|^2 \quad \text{und} \quad \omega_{fj} := \left| \frac{E_f - E_j}{\hbar} \right|$$

an.

Hinweis:

$$\int |\langle \varphi_f | \vec{\mathcal{E}}_{\vec{k}, \alpha} \cdot \vec{r} | \varphi_j \rangle|^2 d\Omega_k = \frac{4\pi}{3} |\langle \varphi_f | \vec{r} | \varphi_j \rangle|^2.$$

Aufgabe 39: Streuung am Yukawa-Potential

[13 Punkte]

Ein Teilchen mit der Masse m werde an einem Potential der Form

$$V(r) = \frac{V_0}{r} e^{-\alpha r}$$

gestreut. Dieses sogenannte Yukawa-Potential beschreibt eine abgeschirmte Coulomb-Wechselwirkung. Im Rahmen der Streutheorie wird das Teilchen als ebene Welle mit Wellenvektor \vec{k} behandelt.

- a) [8P] Berechnen Sie im Rahmen der ersten Born'schen Näherung den *differentiellen* und den *totalen* Wirkungsquerschnitt dieser Streuung.
- b) [5P] Im Grenzfall $\alpha \rightarrow 0$ geht das Yukawa-Potential in das Coulomb-Potential über. Was ergibt sich in diesem Fall für die Wirkungsquerschnitte aus a)?

Skizzieren Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit vom Streuwinkel ϑ .

Erinnerung: Am Montag, 03.02.2020 findet von 9-12 Uhr im HS 1 die 1. Klausur zur Quantentheorie statt!