

Seminar: “Étale Kohomologie“

Das Seminar orientiert sich an den ersten drei Kapiteln aus SGA 4 $\frac{1}{2}$. Sofern nicht anders angegeben beziehen sich die Referenzen auf SGA. Zur Unterstützung können die entsprechenden Abschnitte in den anderen Quellen hinzugezogen werden.

- 1) **Treuflicher Abstieg**
[1, I.4, I.5]. Das Hauptresultat ist Theorem 4.5. Diskutiere zunächst treufliche Morphismen und Abstiegsdaten. Zum Abschluss soll das Hauptresultat bewiesen werden. Siehe auch [5, 16].
- 2) **Grothendieck-Topologien**
[1, I.6], siehe z.B. auch [5, 10]. Als Anwendung kann die fpqc-Topologie behandelt werden, und treuflicher Abstieg als Garbeneigenschaft in der fpqc-Topologie formuliert werden.
- 3) **Étale Morphismen und die Étale Topologie**
Eine kurze Erinnerung an die Definition und grundlegenden Eigenschaften étaler Morphismen, siehe z.B. [3, I]. Eine kürzere Zusammenfassung der benötigten Resultate findet sich in [4, 2]. Diskutiere die étale Topologie [1, II.1] und [5, 27].
- 4) **Die étale Fundamentalgruppe**
Die vollständige Theorie der étalen Fundamentalgruppe findet sich in [3]. Eine kurze Zusammenfassung findet sich z.B. in [4, 3].
- 5) **Henselsche Ringe**
Definiere Henselsche Ringe und die (strikte) Henselisierung eines lokalen Ringes. Siehe [5, 32], sowie [4, Seite 35-36].
- 6) **Étale Garben**
Diskutiere Garben in der étalen Topologie, mit vielen Beispielen (lokal konstante Garben, Strukturgarbe, darstellbare Funktoren, ...). [1, II.2], [4, 6 und 7], [5, 4 und 21]. Diskutiere Kummer-Theorie (siehe dazu auch [5, 28]).
- 7) **Halme und direkte Bilder**
Beschreibe die Halme von Garben in der étalen Topologie sowie direkte Bilder, [1, 3]. Siehe auch [4, 4], und [5, 29, und 33].
- 8) **Die Brauer-Gruppe**
Diskutiere den Zusammenhang von étaler Kohomologie und Galoiskohomologie [1, II.4]. Führe die Brauergruppe ein und beweise die Resultate in [1, III.1].
- 9) **Der Satz von Tsen**
[1, III.2]. Beweise den Satz von Tsen, Theorem 2.3, sowie Korollar 2.4.
- 10) **Kohomologie von Kurven**
[1, III.3]. Berechne die étale Kohomologie von glatten eigentlichen Kurven. Siehe auch [4, 14].

REFERENCES

- [1] P. Deligne, Cohomologie étale: les points de départ, in SGA 4 1/2.
- [2] E. Freitag, R. Kiehl, Étale cohomology and the Weil conjectures, Springer Erg. der Math.
- [3] A. Grothendieck, Revêtements étales et groupe fondamental, SGA 1, available at <https://arxiv.org/pdf/math/0206203.pdf>.
- [4] J. Milne, Course Notes on Etale Cohomology, available at <http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/LEC.pdf>.
- [5] Stacks Project, Chapter 56, Étale Cohomology, available at <https://stacks.math.columbia.edu/download/etale-cohomology.pdf#nameddest=03N1>.
- [6] G. Tamme, Introduction to étale cohomology, Springer Universitext.