

### 0.0.1 Differentialgeometrie

Modulbez.	Differentialgeometrie (Wahlpflichtmodul)
Semester	4+5
Modulverantwortliche	Der Studiendekan des Fachbereichs 10 sowie alle Dozenten und Dozentinnen der gewählten Lehrveranstaltungen.
Modulbestandteile	<p>Vorlesung zu Differentialformen und Mannigfaltigkeiten, Vorlesung zur Differentialgeometrie I (je 4 SWS) sowie zugehörige Übungen von je 2 SWS.</p> <p>Zur Vorlesung Differentialgeometrie mit Übungen wird in manchen Semestern ersatzweise die Vorlesung Geometrische Analysis I mit Übungen angeboten.</p> <p>In manchen Semestern haben Studenten die Möglichkeit alternativ zur Vorlesung Differentialformen und Mannigfaltigkeiten die Vorlesung Kurven und Flächen oder die Vorlesung Gewöhnliche Differentialgleichungen und Mannigfaltigkeiten zu belegen.</p>
Leistungs-/Zeitaufwand	18 LP/540 h (170 h Präsenzstudium, 370h Selbststudium).
Voraussetzungen	Studierende sollten die Grundlagenmodule lineare Algebra und Analysis sowie das Grundlagenerweiterungsmodul Analysis bestanden haben. Sie müssen zwei dieser drei Module bestanden haben.
Turnus	Jährlich. In Absprache mit dem Dozenten oder bei entsprechender Vorlesungsankündigung kann das Modul auch in umgekehrter Reihenfolge belegt werden. Eine jährliche Fortsetzung im Masterstudium ist ebenfalls gewährleistet.
Lernziele/ Kompetenzen	Die Studierenden sollen mit den Grundlagen der Differentialgeometrie vertraut gemacht werden, und sie sollen befähigt werden, die erlernten Methoden beim Lösen von Übungsaufgaben einzusetzen.

Inhalte	<p><b>Lehrinhalte für Diff'formen und Mannigfaltigkeiten:</b>  Differenzierbare Mannigfaltigkeiten, Tangentialraum.  Vektorbündel, Tangentialbündel, multilineare Algebra für Vektorbündel, Differentialformen, Vektorfelder.  Orientierung, Volumenform, Integration.  Äußere Ableitung (sowie div, grad, rot),  deRham-Komplex und deRham-Kohomologie.  Satz von Stokes und klassische Integralsätze.</p> <p><b>Optional:</b> Untermannigfaltigkeiten, singuläre Kohomologie, Poincaré-Lemma, deRham-Theorem.</p> <p><b>Lehrinhalte für Differentialgeometrie I:</b>  Satz von Hopf-Rinow für innere metrische Räume.  Riemannsche Mannigfaltigkeiten, Geodätische,  Levi-Cevita-Zusammenhang, Krümmungstensor.  Jacobifelder, Gauß-Lemma.  Erste und Zweite Variationsformel,  Synge-Lemma, Satz von Bonnet-Myers.  Vergleichsätze von Rauch.  Satz von Hadamard–Cartan, Satz von Preissman.  Untermannigfaltigkeiten, Gaußgleichungen,  theorema egregium. Minimalflächen.</p>
Inhalte	<p><b>Lehrinhalte für Kurven und Flächen  (alternativ zu Diff'formen und Mgf.):</b>  Länge, Krümmung und Totalkrümmung von Kurven  Globale Eigenschaften geschlossener Kurven in der Ebene  und im Raum  Flächen im Raum, Oberflächenbestimmung  Gaußabbildung, theorema egregium  Krümmung von Flächen, Geodätische  Trigonometrie von Flächen konstanter Krümmung  <b>Optional:</b> Minimalflächen, Gauß Bonnet, Modelle des  hyperbolischen Raumes</p>

Inhalte	<p><b>Lehrinhalte Gewöhnliche Differentialgleichungen (alternativ zu Diff'formen und Mgf.):</b>  Explizite Differentialgleichungen  Elementare Integrationsmethoden  Existenz- und Eindeutigkeitssätze  Flüsse auf Mannigfaltigkeiten  Lineare Differentialgleichungen  Differentialgleichungssysteme und Differentialgleichungen höherer Ordnung  Qualitative Theorie  <b>Optional:</b> Periodische Lösungen, Stabilität, Bifurkationsprobleme, Rand- und Eigenwertprobleme</p> <p><b>Lehrinhalte für Geometrische Analysis I (alternativ zu Differentialgeometrie I):</b>  Grundbegriffe der Riemannschen Geometrie.  Operatoren und PDEs auf Mannigfaltigkeiten.  Sobolev-Räume und Einbettungssätze.  Elliptische Regularitätstheorie.  Maximum-Prinzipien, Harnack-Ungleichung.  Eigenwerte und Geometrie: Randwertprobleme, isoperimetrische Ungleichung.  Variationsrechnung ("Direkte Methoden").  Grundbegriffe der Geometrischen Maßtheorie.</p>
Studien-/ Prüfungsleistung	<p>Bearbeiten von Übungsaufgaben, aktive Teilnahme an den Übungen, Bestehen einer in der Regel 3-stündigen prüfungsrelevanten Modulabschlussklausur. Der Dozent/Die Dozentin kann die Zulassung zur Klausur von einer erfolgreichen Teilnahme an den Übungen und/oder dem Bestehen einer Übungsklausur über den Stoff des ersten Modulteils abhängig machen. Bei kleiner Teilnehmerzahl kann die Klausur durch eine mündliche Prüfung ersetzt werden.  Dieses Modul geht mit 11% in die Gesamtnote ein.</p>
Verwendbarkeit in anderen Studiengängen	<p>Die erworbenen Leistungspunkte können im Bachelorstudium Mathematik mit 2 Fächern angerechnet werden. Die Inhalte sind ebenfalls für Studierende im Masterstudium der Physik geeignet.</p>
Funktion für den weiteren Studienverlauf	<p>Das Bestehen des Moduls eröffnet die Möglichkeit, eine Bachelorarbeit in dem Bereich Differentialgeometrie bzw. geometrische Analysis zu schreiben.</p>